

PRÉSENTATION DU PROGRAMME DU MATHCAMP3 VERSION DU 1^{er} août 2017

ABDELGHANI ZEGHIB

1. GÉNÉRALITÉS

1.1. **Références et documentation.** Tout le matériel : informations, feuilles d'exercices, références, fichiers (y compris le présent texte) seront disponibles à [cette adresse](#). Il y aura notamment des mises à jour du programme et des feuilles d'exercices. Nous vous invitons à consulter régulièrement, à en télécharger le maximum possible et en imprimer tout ce qu'en vous jugez utile.

À propos, en ce temps d'inflation d'information, il serait très intéressant et pratique de dégager (disons à l'issue de ce MathCamp) une petite liste de références, notamment sur les sujets fondamentaux et de s'y restreindre autant que possible, dans tous les mathcamps. avec naturellement une préférence aux grands classiques (e.g. les deux livres de Rudin), qui ont fait leur preuve, même s'ils ne sont plus tout à fait compatibles avec les programmes actuels... !

1.2. **Niveaux.** On fera comme s'il y a 2 niveaux à "frontières libres" avec d'éventuelles transitions de phase. Vaguement, le niveau 1 correspond à ceux ayant fait un L1 et aussi les nouveaux bacheliers. Le niveau 2 comprend tous ceux ayant un L2 ou plus.

Quel que soit le niveau de scolarité, on aura parfois besoin d'admettre quelque concepts et de les prendre comme une boîte noire, pour pouvoir avancer, et y revenir dès que l'occasion se présente.

Nous encourageons en particulier les membres du niveau 1 à suivre le cours sur les surfaces ; des mises à niveau adaptées et continues (précisément sur la manipulation des fonctions à plusieurs variables) seront assurées par le l'équipe Bilel-Haroune-Samir.

2. COURS

2.1. **Cours "Géométrie des surfaces" par Larbi, Semaine I.** , Niveau 2, mais on encourage les niveaux 1 à assister le maximum de temps possible.

- Référence : [Pressley](#) (From Larbi : In the Mathcamp, I 'm planning to cover selected topics from chapter 4 up to chapter 13 from this book. The participants are encouraged to read chapters 1 and 2 before they come to the camp).

Date: 1^{er} août 2017.

- Autre Référence : [Do Carmo book](#). "The participants that didn't study yet the continuity and differentiability of functions of several variables are urged to read the appendix in pages 126 - 141 in this book".

2.2. Cours sous forme d'exercices "Groupes et leur actions" par Azzedine, Semaine I. , Niveaux 1 et 2.

Consulter régulièrement les [feuilles d'exercices ici](#).

- A propos du thème de la théorie des groupes : domaine central par excellence dans toutes les maths comme l'exprime cet extrait de l'ouvrage "pour l'honneur de l'esprit humain" (disponible [ici](#), mais à ne consulter qu'en période de détente), par Jean Dieudonné (membre fondateur du groupe Bourbaki, un vrai wikipedia avant l'heure!) :

"C'est une théorie qui, a partir du Traité de Jordan (1870), a acquis ses méthodes et problèmes propres et est devenue gigantesque. C'est aussi sans doute celle qui a le plus d'utilisations dans toutes les parties des mathématiques; au point qu'on a dit que lorsqu'on ne comprend pas bien les propriétés de nouveaux objets mathématiques, il faut essayer d'y mettre une structure de groupe; ce qui a l'air d'une boutade, mais, en fait, a plus d'une fois réussi. Les parties des mathématiques les plus proches des groupes « abstraits » sont les groupes de Lie, la géométrie algébrique, la topologie algébrique et différentielle et la théorie des nombres; par leur intermédiaire, la théorie des groupes féconde bien d'autres questions dans les mathématiques et leurs applications à la Physique."

2.3. Cours d'analyse, niveau I, Semaines I et II. Voir la [documentation ici](#).

Les objectifs du cours seront : (i) mise à niveau pour pouvoir suivre le cours de géométrie des surfaces – (ii) manipuler les trucs essentiels sur les séries – (iii) s'initier aux espaces métriques et en particulier aux espaces normés, – (iv) assimiler la philosophie de la compacité!

2.4. Cours "Équations de la physique" par Mohand, Semaine 2.

Trois à quatre séances de une heure et demi. Il s'agit d'un thème très sollicité. Tout le monde aime comprendre l'origine physique des équations usuelles; comment établit-on les équations de Laplace, de la chaleur, des ondes, d'Euler, de Naviers-Stokes... ?

2.5. Cours "Compléments sur la théorie des surfaces" par Abdelghani, Semaine 2.

Ce cours est optionnel, c'est-à-dire qu'il n'aura lieu que si temps le permet!

3. SUJETS DE CONCOURS

3.1. Immersions isométriques.

Il s'agit d'un [sujet d'agrégation](#), présenté par Mehdi, et qui contient une preuve du célèbre théorème de Nash. On peut apprendre ici sur [l'histoire](#) fascinante dans cette preuve, voir précisément le dernier paragraphe (section 17). On peut également visualiser avec intérêt [l'exposé de Cédric Villani](#) sur les travaux de Nash. Il y introduit au début de la géométrie

intrinsèque de la sphère ce qui fera une bonne introduction aux cours sur les surfaces.

Cette preuve est une belle illustration de l'application de l'analyse à résoudre un problème de géométrie exprimé en termes d'équations aux dérivées partielles. Les outils d'analyse dans ce sujet sont standards et fondamentaux. Il y a par exemple une preuve assez naturelle et concrète des inclusions de Sobolev obtenue par passage au tore, i.e. en utilisant les séries de Fourier, au lieu d'utiliser la transformation de Fourier comme dans les preuves classiques.

3.2. Formes symplectiques. Le sujet [Polytechnique-ENS 2017](#) porte sur les "formes symplectiques", qui sont des formes bilinéaires, antisymétriques, contrairement aux produits scalaires qui sont symétriques. C'est de l'algèbre, mais, la découverte (depuis Lagrange...) est que c'est la structure qu'il faut pour la formulation de la mécanique classique. Dahmene et M'hammed ont fait leur mémoire de L3 sur ce thème, c'est eux qui se chargeront de la correction de ce sujet, et donneront des compléments tirés de leur mémoire.

3.3. Introduction aux systèmes dynamiques et chaos (en dimension 1). Il s'agit du sujet du [Concours-ENS](#) (concours d'entrée aux écoles normales supérieures).

3.4. Séances d'exercices libres. Des exercices variés, à difficulté variable, du style des oraux des concours d'entrée aux grandes écoles.

4. SÉMINAIRES

- Hamza : "Théorèmes du point fixe, de Brower et Kakutani, et applications"
- Houari : "Surfaces quadratiques"
- Abderrahim : "Sous-groupes de Hall"
- Anis : "Les homographies du plan complexe et la projection stéréographique ?"
- Zakaria : "Saur la théorie de Galois"
- Yenni ; "Retour sur les conditions de Cauchy-Riemann"
- Rym : "Théorème de Weierstrass et ses conséquences "
- Abdelghani : Aperçu sur les travaux de Maryam Mirzakhani et Ahmad El Soufi.

Remarque. On préfère utiliser ici les prénoms car il s'avère que l'application qui à un participant associe son prénom est injective, sur l'ensemble actuel de tous les participants qui dépasse les 40 éléments! Peut-on en déduire qu'il ne s'agit pas d'un échantillon représentatif aléatoire (ce qui est normal)! Cela ne veut pas dire qu'on ira jusqu'à s'opposer à une demande éventuelle de participation parce qu'elle briserait cette injectivité!

5. QUELQUES LIENS

- [Rapport](#) scientifique du premier MathCamp
- Autour du [MathCamp2](#) (notamment son fichier [MSF](#))