يوميات مخيم الرياضيات الرابع

الناشر: عبد الغني زغيب

الوادي، 24-29 مارس 2018

المحتويات

1 مقدمـــة

جمال ضو

البداية كانت بفكرة في المخيم الثالث للرياضيات، والذي نُظم صائفة 2017 بالعاصمة، وهي أن يتم في كل مرة تكليف أحد الطلبة بكتابة تقرير عن نشاط فترة من الفترات، الصباحية أو المسائية، يُدوّن من خلاله أهم الأفكار التي تم تناولها (مادة علمية، نقاشات، إلخ.). في النسخة الثالثة من المخيم تم الاكتفاء بإرسال التقارير إلى بعض المهتمين وبقيت حبيسة دائرة ضيقة ولم تجمع في كتيب أو ملف واحد.

في النسخة الرابعة من مخيم الرياضيات، والذي نُظم في الوادي خلال الفترة الممتدة من 24 إلى 29 مارس 2018، نستطيع أن نقول أن فكرة اعداد التقارير أصبحت تقليدا. فقبل إنطلاق الفترة الصباحية أو المسائية يتم تكليف طالب أو أثنين باعداد تقرير حول مجريات الفترة وتدوينها. وها هي فكرة كتابة التقارير تتطور ليتم جمعها وترتيبها في كتيب واحد.

هذه التقارير ليست مقالات علمية دقيقة أو استنساخ للمحاضرات، بل هي جمع لأهم الأفكار والنقاط الأساسية التي يتم تناولها أثناء المحاضرات. هي تقارير تُركت فيها الحرية للطالب في الكتابة بأسلوبه وباللغة التي يفضل، فكانت اللغات الثلاث حاضرة، العربية، والأنجليزية والفرسية.

كما سيلاحظ القاريء أن ما ورد في التقارير ليس فقط الجانب العلمي البحت، بل عبّر الطلبة فيها عن كثير من مشاعرهم، فكان الشعر حاضرا وكان الطقس حاضرا، ووصف أنواع الطعام حاضرا والذكريات الجميلة والانطباعات حاضرة.

وحتى تكتمل الصورة فلقد إرتأى القائمون على جمع وإخراج هذه الكتيب أن يضاف إلى التقارير عدد من المقالات والخواطر التي كُتبت بشكل تلقائي وعفوي من طرف بعض الأساتذة المشاركين في المخيم. من خلالها سيقف القاريء على كثير من الطرائف والنقاشات الداخلية وبعض كواليس المخيم الرابع.

أخيرا، نقول إن الهدف الرئيس في هذه المرحلة من جمع هذه التقارير وتكليف الطلبة بإعدادها ليس جعل هذا الكتيب مرجعا علميا للمحاضرات التي ألقيت أثناء المخيم، بل بالدرجة الأولى إرساء وإعادة بعث ثقافة التدوين التي كادت تختفي داخل مجتمعاتنا العلمية.

نتمنى أن تنقل هذه التقارير والمقالات والخواطر صورة ولو مصغرة عن المحتوى العلمي والأدبي والإنساني لهذا المخيم وأن يكون بداية لتأسيس ثقافة علمية جديدة.

2 شكر لمستحق الشكر في المخيم الرابع للرياضيات

خالد سعد لله

يبدو أن القاعدة المألوفة في النشاطات العلمية التطوعية هي أن نشكر مرتين أولئك الذين تفانوا في العمل من بداية مشوار التحضير إلى ما بعد المخيم. ومن هذا المنظور فهؤلاء الذين يستحقون الشكر مرتين بدون منازع، نذكر رئيس جمعية الخوارزمية للعلوم، مسعود عبد اللاوي وساعده الأيمن خليفة مزوار وكل من حام حولهم ممن لا نعرف أسماءهم من المتعاونين.

ولعله يجوز لنا أن ننسى أو نتناسى عبد الغني أو أن نحذف له جزءا من الشكر الذي يستحقه، لكنه لا يجوز أن نفعل ذلك مع جمال وعبد الفتاح، سيما إذا راعينا الظروف العائلية الصعبة التي أحاطت بهما خلال المخيم. ومن الذين يستحقون الشكر مرة واحدة، لكن الكرم السوفي يجيز أن نضيف لهم نصفًا، هم لمين (قدة) وعبد اللطيف وإبراهيم (ميطو) ومن حذا حذوهم من الذين لا نذكر أسماءهم من الأساتذة المتطوّعين بمختلف فئاتهم.

وقد يسأل سائل كيف ننسى حمزة، والسبب هو أنه لم يشارك في التنظيم لأن سطوح الشكر ومنحياتها تراكمت عليه وكلّته فجعلته في موقع ضبابي لا يُرى بالعين المجردة. فهل يمكن أن يتم تنظيم مخيم في الوادي دون مسحة حمزاوية وفق سطح أو منحنى ذي عروتين أو أكثر؟! لا، أبدًا..

دعنا من لمين (نيس) الذي خان العهود وحرمنا من نور وجهه وعلمه خلال المخيم، ولنوجه الشكر البروتكولي إلى فرحات لحضوره عدة مرات جلسات المخيم وإلى الغائب الحاضر الحبيب الذي كان ولا يزال. والواقع أننا نريد أن ننسى شيخ القبيلة عبد الوهاب في الشكر هذه المرة، غير أن ما يحول دون ذلك هو قهقهاته المتكررة التي يصاب بها كلما حدثه أو هاتفه جمال بغضب شديد عن السبّورات ونقلها من الجامعة إلى المتوسطة. ذلك المشهد المتناقض بين رؤية عبد الوهاب لتفاهة موضوع السبّورات ومبالغة جمال في رؤياه لها يجعلنا نوفي الكيل لشيخ القبيلة ونغدق عليه بكمّ من التشكرات تُذهب سيئاته رغم كثرتها!

بقي من آل سوف من له شكر البطون، وما أكثرها! وهو مومن صاحب خبزة الملّة في وادي النخلة!

أما من وفد على الوادي من الأساتذة فلهم كلهم الشكر المضاعف لتطوعهم لثاني وثالث مرة وتفانيهم في العمل الجاد. وكيف لا نذكر مثلا سمير الذي لا يتكلم إلا حين يبتسم، ولا داعي معه أن تنهي جملك لأنه يدرك المقصود من الكلمات الأولى فيغنيك عن مشقة الشرح والتفصيل.

ولا شك عندي أن مهدي مهديٌّ فعلا، ولا يمكن أن يكون غير ذلك لِما اتسع له فكره من فلسفة في المعتقد. وتأسفت كثيرا لأنه بذل معي جهدا لتوضيح بعض الأمور في هذا الفن، ولم أستوعب منه إلا القليل لجهلي بالموضوع.

بقي ممثل الهضاب العليا من بوسعادة إلى أعاليها، وهو ذاك الشِبل الذي أطل علينا بنظارات فوق الرأس، يصفه البعض بموسى صاحب القلب الرقيق، الذي لا يلمّ بمفاهيم الجبر والعدد إلا من خلال النكتة! وحتى توظيفه

في بعض البلدان نجح فيه بفضل النكتة عندما أعلن لسائله عن مشروعه فأفقد الممتحِن الكلام بلغة شكسبير! أما الضيف الكريم أحمد فقد أبى إلا أن يطّلع على مجريات المخيم لاهتمامه بالنخب حتى يتخذ منه عبرة يوصي بها من ينصت إليه.

كل هذا الجو اللطيف والجاد ما كنّا لنراه بالعين المجردة لولا حضور كوكبة الطلاب النجباء الذين ازدانت بحضورهم مدينة الألف قبة.

وقد ينسى البعض منا ذكر وشكر خيِّري المنطقة الذين أمدوا المخيم بما يستحقه من دعم مادي ومعنوي، وربما يتناسى آخرون كرم وتزكية مديرة متوسطة أحمد التجاني وأهل هذه المؤسسة ومديرية التربية بالوادي والسلطات الولائية وكلية العلوم بجامعة حمة لخضر ومخبر الرياضيات. فلولا هذا المحيط الجميل وهذه العناية المختلفة الأشكال لما وصلنا إلى ما وصلنا إليه. فشكرا لكل هؤلاء الداعمين لطالب العلم والتألق فيه.

خالد سعد الله

يوم 2 أبريل 2018

3 رحلة إلى الوادي

موسى بن أم هاني

كنا على موعد مع الأخ عبد العزيز عمرون وإبنه الحسن، كما اتفقنا تماما، على الساعة الثامنة صباحا، قبالة محطة المسافرين بمدينة بوسعادة. ولاستكمال بعض الترتيبات انطلق عبد العزيز قبلنا بحوالي 45 دقيقة على أن نلحق به بعد حين. وفعلا كانت أول استراحة لنا في قرية الحمراية، حيث تناولنا الغداء. وبعد صلاة الجمعة فى أحد مساجد قرية هبة، توجهنا رأسا إلى الوادي.

عند مشارف المدينة اتصلنا بالأخ جمال ضو (وربما الأحسن أن نقول ضوء):

- سأل جمال : أين أنتم؟
- نحن مقابل مسجد كبير ذو قبة بارزة وجميلة.
- مكانكم! قفوا حيث أنتم، سأصل في الحين.

وفعلا ما هي سوى لحظات قليلة حتى وقف أمامنا ...

أدركت أن محاضرات الـ GPS والنسبية وسرعة الضوء (التي انتقل بها جمال) قد بدأت لتوّها!

سرنا خلف دليلنا، (ورأفةً بنا، استخدم هذه المرة ميكانيكا نيوتن)، وما هي إلا دقائق معدودات، حتى وصلنا إلى مقر المخيم: متوسطة الشهيد أحمد التيجاني.

كان في استقبالنا المنظمون: الرئيس مسعود عبد اللاوي ونائبه خليفة مزوار وميلود قدادرة. أشرفوا على تحضير الغرف ومراقبة العمل، وما هي إلا ثوان حتى بدأت محاضرات الرياضيات، حيث كان الأستاذ صهيب عبد الجليل، من أول الواصلين. وبذلك أعطى مثالا معاكسا لتخمين "غاني" المتمثل في المقولة التالية:

"إن الكسل واحتقار العمل خاصية طبولوجية (عفوا بل أنتربولوجية) لبني هلال!

كان دحض صهيب لهذه المخَمنة بإنشاء مثال مضاد غاية في الأناقة والجمال إلا أنه طويل وتقني، و"الهامش لا يكفي لاحتوائه".

توالى بعد ذلك حضور المشاركين، وسيق الأساتذة)المؤطرون(إلي مقر إقامتهم بالمجلس الولائي. وبعد معاينة الغرف واستراحة قصيرة عدنا مرة أخرى إلى المتوسطة في حدود الثامنة مساء لتناول العشاء.

في صباح يوم السبت 24 مارس، انطلقت أعمال المخيم بعد الساعة الثامنة بقليل حيث افتتحها جمال بالمحاضرة الأولى من سلسلة محاضراته حول الـ GPS والتي استمرت إلى آخر يوم من المخيم.

كانت محاضرات جمال تقنية في أغلبها (أو هكذا بدت لي)، وللأمانة لم استوعب الشيء الكثير فاضطررت أن أطلب منه أن يجعلني 'أعود إلى المنزل بشيء في يدي'. وخلاصة القول أنني عدت بمعادلة بدون حل!

وساعتين متواقتتين إحداهما لحمزة والثانية لـ... لـ... نسيت لمن تعود.

المحاضرة الثانية في اليوم الأول كانت للعبد الضعيف (عبارة عزيزة على قلب أستاذنا خالد)، كان موضوعها بعض المسائل المفتوحة في نظرية الأعداد.

ثم جاء دور محاضرات الأخ سمير في التحليل، التي تميزت بدقة وبيداغوجية رائعتين، إلا أن هذا لم يشفع له فيم بعد: أُتهم بالتورّط في عملية انقلاب خطيرة، (بالتعاون مع أيدٍ داخلية هذه المرة وليست خارجية) كادت تقضي على التحليل! والمؤامرة ظهرت عندما بُرمجت محاضرة التحليل في آخر الدوام عمدا مع سبق الإصرار! مما جعل الطلبة في حالة نعاس شديد وعدم استيعاب للمادة، وعندئذ تراءى لأهل التحليل أن المخيم يهتف: المخيم يريد إسقاط النظام (أي التحليل) وتعويضه بالهندسة.

إن الله سلم، وسقطت المؤامرة! أنكر سمير علمه بالمؤامرة وقدم أدلة عن براءته، يبدو أنها أقنعت القضاء، وعادت المياه إلى مجاريها واستمر سمير في خدمة النظام (التحليل).

أما محاضرات مهدي فكانت في الهندسة الزائدية ونظرية الزمر، وبين الفينة والأخرى التقط بعض الكلمات المألوفة لي مثل زمرة أو تحويل أو ما شابه ذلك. الوحيدون الذين كانوا يتفاعلون ويعارضون أو يناقشون هم عبد الغني أو الطلبة أو أهل الاختصاص.

قادنا الأستاذ القدير حمزة خليف في نزهة رائعة في حديقة المنحنيات والسطوح، وشاهدنا الكثير!!! البعض منها معروف والكثير غير مألوف. اطلعنا الأستاذ حمزة في محاضرته، على أن هذه المخلوقات العجيبة وُلدت نتيجة عملية استنساخ باستخدام برنامج "ماثماتكا" .Mathematica ومن المؤكد أن بعض الساهرين على الأخلاق الرياضياتية سوف يحتجون في المستقبل على عملية الاستنساخ هذه التي قام بها الأستاذ حمزة وهو بروفيسور في جينات المنحنيات... وسيعتبرون أن هذه الكائنات الجديدة تمثل خطرا على الكائنات الرياضياتية التقليدية.

الحديث عن الجينات والاستنساخ يقودنا إلى الحديث عن المعادلات التفاضلية العادية ومحاضرات الأخ عبد الفتاح فارح وكيفية استخدامها لحل بعض المسائل العملية أو نمذجة بعض الأمراض والأوبئة.

وقد تساءل البعض ما إذا كان استعمال المعادلات التفاضلية العادية لحل المسائل العملية يعطي نتائج مُرْضية؟ بحكم أن النموذج يهمل الكثير من المعطيات؟ واقترح البعض نظرية البياناتGraph theory . لم تُحسم المسألة وبقيت عالقة بين مؤيد ومعارض.

سميت الدورة الرابعة من مخيم الرياضيات باسم مارتن زرنير Zerner Martin (1932-2017)، وهو رياضياتي فرنسي من تلامذة الأكاديمي المشهور لورنت شوارتز Schawartz Laurent (1915-2002). وكانت مداخلة الأستاذ خالد سعد الله للتعريف بالراحل زرنير وبدوره في خدمة الرياضيات في الجزائر وبمواقفه المعادية للاستعمار.

في اليوم الثالث من المخيم التحق بنا أحمد مصطفاوي، الأستاذ في علم الحاسوب بجامعة فرونش كونتي (فرنسا) وهو ناشط بجمعية "سكيموس" SCIMUS التي تُعنى بالتميز والمتميزين. مداخلة أحمد كانت حول التعريف بهذه الجمعية التي يرأسها وحول كيفية مد يد العون للطلبة الموهوبين. كما حدثنا بشيء من التفصيل عن المساعدات التي يمكن تقديمها. كان الحضور يصيح ويطلب ويطالب أحمد بالإفصاح عن أهم مساعدة تقدمها جمعية "سكيموس" للطلبة. إجابة ممثل جمعية "سكيموس" كانت أنهم يقومون بإنشاء المجموعات التي عناصرها أزواج من شكل (F,H)، وهي إجابة أثلجت صدر الأستاذ الجليل صهيب عبد الجليل.

كانت المواضيع المقدمة من قبل الطلبة متنوعة وشيقة والتقديم كان ينم عن فقه وفهم دقيق. تعرفنا، على سبيل المثال لا الحصر، على منتصف مستوى بوانكريه Poincaré ونموذجه للهندسة الزائدية ((عثمان، ومنحنى بيانو Peano (أسامة)، وكيف نملأ المربع...

حضرنا أيضا عرضا في التوفيقياتCombinatorics (محمد)، وهو تعميم لمبرهنة القلب لموبيوس (دالة موبيوس Mobius (function في مجموعات مرتبة ترتيبا جزئيا. وثمة مواضيع أخرى في الطبولوجيا ونظرية الزمر قدمت من قبل طلبة آخرين...

الجديد في المخيم الرابع هو إشراك طلبة الثانوية لأول مرة. كانت المشاركة محصورة في ثلاث ولايات هذه المرة (الوادي- غرداية- مسيلة) إلا أن الفكرة لاقت استحسانا كبيرا وكان لها وقع أكثر مما هو متصور. شعرنا بتحمس كبير للفكرة من قبل الجميع. فالمطلوب إدراجها بشكل دائم وتنظيمها لاستقطاب أكبر عدد من متميزي الثانوية.

كان العمل في الأيام الثلاثة الأولى مرهقا : إذ كان النشاط يبدأ من الثامنة صباحا حتى السادسة مساء وتتخلله بعض الاستراحات القصيرة، إضافة إلى استراحة طويلة نسبيا(حوالي ساعة ونصف) لتناول وجبة الغداء.

كانت النزهة الترفيهية مبرمجة لمساء يوم الثلاثاء. لقد شذ هذا اليوم عن الأيام السابقة في كل شيء: الأيام الثلاثة الأولى كانت باردة عموما، تارة ممطرة، وتارة مغبّرة. ولحسن الحظ كان اليوم الرابع مشمسا والسماء صافية.

ولو لم تكن الأمور مسطرة مسبقا، لقلنا أن جماعة الخوارزمية كانوا يتتبعون الأحوال الجوية. وفي زوال هذا اليوم البهيج خرجنا في رحلة إلى الصحراء الجرداء، وبمجرد وصولنا إلى المكان المتفق عليه، وجدنا الشاي جاهزا، والتحضيرات للعشاء قد بدأت بمراقبة مستمرة من قبل فرسان الخوارزمية الثلاثة : عبد اللاوي-مزوار-قدادرة.

انتشر الطلبة فوق بساط الرمال الذهبية وبدأت ساعة الترويح عن النفس بالألعاب والألغاز والتجوال في الصحراء لتفريغ ما علق بداخل النفس من توتر وملل جراء جِدّ واجتهاد الأيام الثلاثة الخالية.

حضور عبد الله مناعى بخفة ظله ومرحه ومواويله المرتجلة أطربت المستمعين وبعثت في روح الطلبة الحيوية والنشاط إلى غاية غروب الشمس. كانت المدة كافية للمرح واستعادة النشاط اللازم لمواصلة عمل الغد.

كانت معرفتنا لخبزة الملة نظرية من خلال شعر الحطيئة:

حفاة عراة ما اغتذوا خبز ملة..... ولا عرفوا للبر مذ خلقوا طعما

رَأى شَبَحاً وَسطَ الظَلامِ فَراعَهُ..... فَلَمّا بَدا ضَيفاً تَشَمَّرَ وَاِهتَمّا

أسعفنا الحظ لنرى تحضير خبزة الملة عمليا وتناولها كوجبة عشاء في يومنا ذاك.

اجتمعنا أربعًا أربعًا وتناولنا العشاء على ضوء القمر (وضوء الهواتف النقالة تارة أخرى).

جن الليل وشعرنا بالبرد فأوقدت نار من سعف النخيل تناولنا حولها الشاي، وغادرنا المكان لنخلد إلى النوم ونستقبل يوما جديدا كلنا نشاط وحيوية.

استيقظ الجميع في اليوم التالي نشطا، مستعدا ليوم طويل من المعلومات الرياضياتية.

وكان النشاط مضاعفا، خاصة بعد ما علمنا أن هناك حفلة موسيقية ستقام بعد العشاء.

في حدود الساعة العاشرة، تحولت قاعة المحاضرات إلى قاعة عرض موسيقي صغيرة وبدأت الحفلة بالعزف

على العود والكمان، ثم أغنيات متنوعة من الشرقي والمغربي. تفاعل الشباب بشكل لافت للنظر، بحيث اكتشفنا طاقات فنية كانت مخبأة، ولولا هذه الحفلة لذهبت تلك المواهب أدراج الرياح إلى الأبد.

انتشى الشباب بشِعر إبراهيم ناجي بصوت الفنان البارع المقلِّد لأم كلثوم. واستمر الطرب إلى منتصف الليل، ولولا توقف الفرقة لواصل أصحاب المخيم الاستمتاع على تلك الوتيرة.

في اليوم الأخير استيقظ الجمع وأثار الأمس ما تزال بادية، وتمثل البعض بقول قائلهم : هل رأت الرياضيات سكارى مثلنا؟ أبدا لا.

كانت محاضرات الرياضيات في هذا اليوم الأخير من المخيم قصيرة، وذلك لضيق الوقت وزحمة جدول الأعمال. غادر أحمد مصطفاوى مبكرا إلى المطار معتقدا أن رحلته على الساعة 12. وبعد الانتهاء من المحاضرات، دُعينا لتناول الغداء في وليمة زفاف... وهناك فوجئنا بتواجد أحمد؟؟؟ وتساءلت لِمَ الكل لا يريد المغادرة بطريقة أو بأخرى؟! ولقد سبق للأستاذ علي (من غرداية) أن قال قبل ذلك أنه سيغادر مُكرهًا. هل هو سحر الوادي؟ أم سحر الرياضيات؟ أم الاثنين معا؟ مهما كان الأمر، فالموقف مشابه بموقف المتنبي حين مرّ بشِعب بَوّان وخشي من حران الخيل وأن تأبى المغادرة: مَغَانِي الشِّعْبِ طِيباً فِي المَغَانِي..... بِمَنْزِلَةِ الرَّبِيعِ مِنَ الزَّمَانِ

وَلَكِنّ الفَتى العَرَبِيّ فِيهَا..... غَرِيبُ الوَجْهِ وَاليَدِ وَاللّسَانِ

مَلاعِبُ جِنّةٍ لَوْ سَارَ فِيهَا..... سُلَيْمَانٌ لَسَارَ بِتَرْجُمَانِ

طَبَتْ فُرْسَانَنَا وَالخَيلَ حتى..... خَشِيتُ وَإِنْ كَرُمنَ من الحِرَانِ

بعد الغداء عدنا إلى المتوسطة لحضور حفل الاختتام، وتوزيع شهادات المشاركة في المخيّم على الأساتذة والطلبة وتكريم الأستاذ لخضر ملوح وهو مفتش رياضيات متقاعد. لقد حدثونا عن قصته لما ذهب إلى فرنسا في تربص (كان ذلك قبل تقاعده)، وبعد العودة من فرنسا بقي معه مبلغ 140 يورو فذهب إلى وزارة التربية لإعادة المبلغ معتبرا أنه ليس من حقه!!!! إنها قصة لا يصدقها الكثير من الناس، ولكن...

نودي الأستاذ لخضر إلى المنصة بعدما عرف رئيس الخوارزمية مسعود عبد اللاوي بسيرته، وأهديت له عباءة عربية، ثم أعلن مسعود على أنه سيتم تكريم الأستاذ لخضر بعمرة في شهر رمضان الكريم، فسمعته يقول : "يا مسعود أنا اعتمرت مرة، أعطوها لأحد غيري"!!! لله درّك يا أستاذ ملوح !!! ما أشبهك بحاتم الطائي ! لقد رأينا منك أكثر مما سمعنا.

ركبت ومحمد وياسين السيارة، وأنا أتوجس خيفة أن تحرن وتأبى المغادرة وتوجهنا في اتجاه بوسعادة. سِرنا والأمل يحدونا لبلوغ مخيم وهران ...

موسى بن أم هاني، جامعة المسيلة.

4 سهمان لا ثالث لهما

خالد سعد لله

ملاحظات قبل أن تقرأ هذه السطور: هذه الخواطر كتبها الاستاذ خالد سعد لله وأرسلها إلى عدد من الأساتذة المشاركين في المخيم ومنظميه ولم تكن معدة للنشر. قد تبدو للقارئ أنها غريبة في محتواها ومصطلحاتها أو لاذعة في انتقاداتها، بينما ما جاء في هاذين السهمين، كما سماهما الكاتب، ما هو في الحقيقة إلا تعبير إما عن نقاشات كثيرا ما كانت تدور بين من تناولهم الكاتب، أو ملاحظات تم فيها المزج بين الجد والهزل وروح الدعابة لإيصال رسائل معينة. استعمل الكاتب بعض المصطلحات التي قد لا يفهم القارئ مقصدها، فهي مصطلحات تستعمل داخل دائرة ضيقة وولدت في سياقات معينة وها هي تخرج من دائرتها الضيقة إلى دائرة أوسع. ارتأينا نشر هذه الخواطر، أو السهام الصديقة، حتى يطلع القارئ من خارج الدائرة الضيقة على طبيعة النقاشات والاختلافات التي تدور بيننا وكيف يمكن أن تدار بأدب (لغة وأخلاقا) وبأسلوب لا يخلو من روح الدعابة الهادفة. (جمال ضو).

- **السهم الأول:** سهم موجه إلى صاحب الفوضى الخلاقة هناك من صدعوا رؤوسنا بنظام التموضع العالمي وراحوا كل صباح يسردون علينا تفاصيله وكأنهم هم مصمموه، وهم لا يفقهون في التكنولوجيا إلا القليلا، ويكتفون بالتنظير والنظر إلى الأشياء من علٍ... ولو توقفوا عند هذا الحد لقلنا "سلاما". لكنهم تمادوا بالقول بأن الجانب التكنولوجي (الصناعي) لا يهمهم.. وكأن البلاد ستتقدم بمجرد إلمام عدد منا بالهندسة الريمانية وغير الريمانية دون غيرها من أعمال حثيثة يلتقي فيها المنظّر والمصمم والمصحح والمصنع وحتى المسوّق والزبون. أعلم أن فكر جمال ليس مطابقا لهذا الوصف لكن تعمدنا المبالغة في الطرح لتتضح الرؤية.

- **السهم الثاني:** سهم موجه إلى صاحب مبادرة مخيم الرياضيات هؤلاء القوم ومن والاهم يروْن مثلا في المعادلات التفاضلية الجزئية "رياضيات عقيمة" ولا يرون أيضا فائدة بعد النمذجة في موضوع حل المعادلات التفاضلية، بل هم يلخّصون أمر حل معادلة تفاضلية في البحث عن دالة أصلية، وكفى! وأن هذا الأمر في آخر المطاف ليس مهما!!

إذا كان هاجسنا هو تقدم البلاد فهذا التقدم يتطلب الرقي بمعظم فنون العلم، ومنها الرياضيات. وفي الرياضيات ذاتها، إذا حصل تقدم في الجانب النظري المعقّد دون أن يمس تطبيقات الرياضيات (نقصد التطبيقات الفعلية) فلن يُحدث ذلك قفزة علمية في البلاد. وهذا طبعا أمر بديهي لا يحتاج إلى بيان.

وإذا كان البعض ينادي بالتألق في الجانب النظري فهذا جيد ولا مفرّ منه، لكنه من غير الحكمة أن نعتبر بأن التألق في فروع الرياضيات التطبيقية (حتى آخر تفاصيلها) ليس ذا أهمية!

باختصار عندما نتوجّه إلى الطلبة الجادين، أفضّل شخصيا أن نوصيهم بأن يختاروا من التخصصات الرياضياتية وغيرها ما يهوُون (نظريا كان أو تطبيقيا)، لكن عليهم أن يتفوّقوا في ما يختصون فيه. فالتفوّق هو الشرط اللازم والكافي وليس غيره. عندما خاطب عبد الغني تلاميذ الثانوي أثناء المخيم الرابع حثهم على التخصص في الرياضيات

(البحتة طبعا) بدل التخصصات الأخرى ضاربا لهم مثل المختص في الصيدلة الذي يتحوّل إلى تاجر أدوية أو الطبيب الذي يمضي وقته في ملء وصفات طبية لمرضاه. إنها فعلا الصورة البشعة للصيدلي والطبيب، وهو على حق جزئيا، لكني كنت أفضل أن يدعوهم، إن شاؤوا، أن يكونوا صيادلة أو أطباء أو معلوماتيين أكفاء لامعين، وليس كهؤلاء الذين ذكرهم.

وبعد كل هذا يمكن أن يسأل المرء نفسه : هل مجتمعنا الحالي في أمس الحاجة أكثر إلى طبيب لامع وواع يتفانى في تفحص المرضى ومدهم بالدواء الشافي، أو إلى رجل اقتصاد ثاقب الرؤية له استراتيجية قابلة للتنفيذ تخرج البلاد من ورطتها رغم العوامل المتغيرة في العالم، أو إلى صيدلي ماهر له من مؤهلات الابتكار ما يجعله ينتج دواء غير موجود في السوق يبرئ به بعض المرضى، أو إلى رياضياتي حاصل على ميدالية فيلدز؟ لو سبرنا الآراء لكانت الأغلبية، في نظري، تميل إلى الطبيب ورجل الاقتصاد والصيدلي قبل الرياضياتي نظرا لوضعنا الصحي والاقتصادي الراهن.

أنا أتفهم كثيرا رؤية عبد الغني بحكم اختصاصه وإمكانياته ومجال عمله وضيق وقته، عندما يركز على أهمية الرياضيات البحتة وضرورة التخصص فيها. ومع ذلك أفضل أن تكون الرؤية أكثر شمولية لوضع البلاد وأن يتبنى إستراتيجية أوسع فائدة، وهي دعوة الشباب اللامع والطموح إلى التميّز في كل ما يهْوُون التخصص فيه.

خالد سعد الله

يوم 2 أبريل 2018

5 تقرير صبيحة اليوم الأول للمخيم

محمد بوخلخال علاء الدين

الساعة الثامنة : الكل متواجد بالقاعة ، هذا يبحث عن مقعد وذاك يستخرج أقلامه وأوراقه و لأستاذ زغيب يختارني كمقرر لصبيحة ذلك اليوم . وها هو ذا الأستاذ جمال ضو يحضر نفسه ليستهل سلسلة محاظراته تحت عنوان " من الخرائط إلى الهندسة الريمانية إلى نظام التموضع ".

بعد دقائق ، يشرع الأستاذ جمال ضو في تقديم محاظرته الأولى – بعد أن لفت انتباهنا إلى تدليس الإعلام لجمال سكرتيرة تورينغ – حيث كانت المحاظرة كالآتي:

تتكون كلمة $geometry$ من جزئين و تعني قياس الأرض , و قد اهتم الإنسان بهذا الموضوع مند الأزل فكانت أول وسيلة لذلك هي الخرائط حيث أن أول خريطة استعملها البشر هي الخريطة البابلية حوالي 25 قرنا قبل الميلاد . تلت ذلك محاولات لإنجاز خريطة مسطحة تحاكي كروية الأرض , ومن هذه المحاولات نجد :

- **لإسقاط الأسطواني**

ويتميز بمحافظته على المساحة رغم فقدانه للشكل.

تمرين : أثبت أن الإسقاط الأسطواني يحافظ على المساحات . -**الإسقاط المجسمي**

يقوم بإرسال دوائر العرض إلى دوائر وخطوط الطول إلى مستقيمات .

تمرين : أثبت مبدأ الإسقاط المجسمي . لكن رغم كل هذه المحاولات فنحن لم نصل إلى الخريطة المثالية أي تلك الخريطة التي تحافظ على المسافات بسلم معين . لذا نطرح السؤال : هل توجد خريطة مثالية ؟ طبعا الجواب سلبي ذلك أنه يستحيل إيجاد تحويل يحول المسافات بين أربع نقاط من كرة إلى المسافات الإقليدية لأن كل ثلاثة نقط من هذه النقاط الأربعة وجب أن تحقق المتباينة المثلثية وبالتالي يصبح اختيار النقط على المستوي مربوطا بشرط المتباينة المثلثية وهو ما يستحيل تحقيقه .

بعد أن اكتشفنا إشكالية المسافات ننتقل إلى الإشكالية الثانية في الخريطة وهي أنها تعطي تصويرا خاطئا عن النقاط المتجاورة على سطح الأرض , كمثال على ذلك المسافة بين آلاسكا وروسيا . اذن هل يمكن رسم خريطة تحقق الشرطين الآتيين :

1- كل نقطة لها صورة واحدة خاصة بها .

2- كل نقطتين متجاورتين على سطح الكرة متجاورتان أيضا على الخريطة .

-> ترجمة رياضية : إيجاد تطبيق متباين و متصل من الكرة الى المستوي.

بسبب إشكالية التقايس نلجأ إلى حل ثان ألا وهو تزويد الخريطة بدالة نسميها 'مترية الخريطة 'بحيث تسمح هذه المترية بالحصول على المسافات الحقيقية على سطح الكرة ، نرمز لها ب g_φ.

إيجاد مترية الخريطة : بالنسبة للمسافات الصغيرة يمكننا تحويلها إلى قياس إقليدي 'إحداثيات غوص ' (ما يفسر عدم شعورنا بكروية الأرض)، بعبارة أبسط الكرة مسطحة محليا .

بهذه الطريقة نكون قد كونا أطلسا أي مجموعة من الخرائط التي تغطي سطح الأرض.

سؤال:
هل يمكن تحويل المسافة في نقطة وماجاورها إلى مسافة إقليدية ؟
-> نعم ، بالنسبة للنقطة وجوارها الأول لكن يستحيل ذلك بالنسبة للجوار الثاني .
إلى هنا تنتهي محاظرة الأستاذ جمال ضو لأول يوم .ومازلنا نلملم أشياءنا كي نخرج للاستراحة حتى وجدنا القاعة تعج أكثر . إنه الإفتتاح ، جلسنا مجددا وبعضنا مستاء من خيانة الجدول الزمني .
تلخص الإفتتاح في كلمة للأستاذ مسعود عبد اللاوي قدم فيها برنامج المخيم مرحبا بنا أيما ترحيب ، تلتها كلمة الأستاذ زغيب الذي دعى إلى استشعار جمال الرياضيات واغتنام فرصة المخيم لذلك ، وفي الختام تمنى لنا الأستاذ محمد طليبة كل التوفيق في مخيمنا ومشوارنا العلمي بأسره . وفي ظل كل هذا كان الأستاذ موسى بن أم هاني يستعد لإلقاء محاظرته و التي قُدمت تحت عنوان ' بعض المسائل في نظرية الأعداد ' حيث استهل الأستاذ موسى محاظرته بالإشارة إلى مكانة الرياضيات اليوم وأكد على مسؤولية الرياضيايين في الإصلاح وضرورته . بعد ذلك قدم مجموعة من التعاريف والمسائل .
القاسم : نقول عن a أنه قاسم ل b إذا وفقط إذا وجد عدد c بحيث $b = ac$.
عدد أولي :نقول عن عدد p أنه أولي إذا كان يقبل القسمة على نفسة وعلى 1 فقط .
عدد مؤلف :هو عدد غير أولي .
النظرية الأساسية في الحساب : يمكن كتابة أي عدد صحيح على شكل جداء أعداد أولية بقوى مختلفة بطريقة وحيدة .
ملاحظة : مجموعة الأعداد الأولية غير منتهية .
سؤال : هل يوجد عدد منتهي من الأعداد الأولية p التي تكتب من الشكل : $\prod p_i + 1 = p$ حيث p_i أعداد أولية ؟
-> مسألة مفتوحة .
عددان أوليان توأمان : نقول عن عددين أوليين أنهما توأمان إذا كان الفرق بينهما 2 .
هل مجموعة التوائم منتهية ؟
-> مسألة مفتوحة .
تخمين غولدباخ : مهما يكن $n \succeq 2$ يوجد p, q أوليان بحيث : $2n = p + q$.
عدد مثالي : نقول عن العدد n أنه مثالي إذا كان مجموع قواسمه يساوي ضعفه أي : $\sum_{i=1}^{\varphi(n)} d_i = 2n$.
نظرية : كل عدد مثالي زوجي يكتب من الشكل : $2^{k-1}(2^{k-1} - 1)$ مع $2^{k-1} - 1$ أولي .
أعداد مرسان : هي أعداد أولية تكتب من الشكل : $M_k = 2^{k-1} - 1$ مع k أولي .
أعداد فيرما : تكتب من الشكل $F_n = 2^{2^n} + 1$.
نظرية غاوص : يكون المضلع المنتظم ذو n ضلع قابل للإنشاء بالمدور و المسطرة إذا وفقط إذا كان $n = 2^{\alpha} p_i$ حيث p_i عدد أولي من أعداد فيرما .
مسألة قذائف المدفع : هل يوجد N, k طبيعيان بحيث $1^2 + 2^2 + ... + k^2 = N^2$
-> يوجد حل وحيد $N = 70, k = 24$

ملاحظة :بسبب قلة النظريات الكبرى في نظرية الأعداد نجد هذا الكم الهائل من المسائل المفتوحة .
إلى هذا الحد تنتهي محاظرة الأستاذ موسى بن أم هاني ليهب الجميع بعدها إلى استراحة الشاي و "الكوكاو" .

بقلم : بوخلخال محمد علاء الدين .

6 تقرير عشية اليوم الأول:1

أبو أسامة بن عبيدة

After having lunch, we went back to the conference room to begin with the first seminar presented by the 3rd year student Hachim Athmane on the Poincare half-plane model:

The hafl plane of Poincare: As an introduction to the apparition of the hyperbolic geometry, Athmane began by a reminder on Euclid's postulates on geometry:

1. From two different points in the plane, there passes only one line.
2. Any straight line segment can be extended indefinitely in a straight line.
3. A circle is determined by a center and a diameter.
4. All right angles are congruent.
5. Given a line (L) and a point A, there exists a unique line parallel to (L) passing by A.

The hyperbolic geometry is a geometry where the 5th postulate is replaced with an alternative one and the half plane of Poincare is a model for this geometry.Athmane began by defining the half plane of Poincare $\mathcal{H}^2$ as following:

$$\mathcal{H}^2 = \{z \in \mathbb{C} \mid Im(z) > 0\}.$$

He also denoted $\mathcal{C}(\mathcal{H}^2)$ to be :

$$\mathcal{C}(\mathcal{H}^2) = \{\gamma : [0,1] \to \mathcal{H}^2 \quad | \quad \gamma \in C^1\}.$$

Then he defined the curve length as:

$$l : \mathcal{C}(\mathcal{H}^2) \to \mathbb{R}^+$$

$$\gamma \to l(\gamma) = \int_0^1 \frac{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}{y} dt.$$

And the metric on the hyperbolic plane as:

$$d(A,B) = inf\left\{ \ l(\gamma) \mid \gamma \in \mathcal{C}(\mathbb{H}), \ \ \gamma(0) = A, \gamma(1) = B\right\}.$$

Here, the questions about the nature of this metric appeared: why did we divide by y ? As a natural approach to this metric, Mr.Zeghib gave an example that made every one satisfied and convinced that the hyperbolic metric is not an artificial metric, it already exists. The example was about the difference between men and women's ages as couples: if a 20-year old man married a 10-year old woman, our common sense would say that she's much younger than him but if a 30-year old man married a 20-year old woman it would seem more convenient, also if we go further and look into a couple of a 40-year old man and a 30-year old woman we would say that's almost a normal situation and so on. The idea is that in this example the Euclidean metric is not suited since in all the cases the difference (Euclidean) between the man and the woman's age is 10 years but yet it's not the same in all the cases, we can notice that whenever the woman is older the difference seems lesser, so the metric here depends also on the woman's age but in an inverse way and that was an approach to why we devided by y while defining the metric on the hyperbolic plane.

After that, Athmane started defining the geodesics on the hyperbolic plane (a geodesic is a curve between two points whose length is equal to the distance between these points).First, he showed that the imaginary axis is a geodesic.After that, he defined the action of $PSL_2(\mathbb{R})$ on the hyperbolic plane as:

$$\forall A \in PSL_2(\mathbb{R}) \;\; A.z = \frac{az+b}{cz+d} \;\; (det(A) = ad - bc = 1)$$

This way, $PSL_2(\mathbb{R})$ acts on the hyperbolic plane isometrically and transitively, also one can verify that the geodesics are either a translation of the imaginary axis along the real axis or a half circle centered in the real axis (matrixes in $PSL_2(\mathbb{R})$ are Mobius transformations that preserve the metric defined on the hyperbolic plane) and thus we can see that the 5th Euclidean postulate is not verified. A more general fact is that the group of isometries of $\mathcal{H}^2$ is generated by $PSL_2(\mathbb{R})$ and the reflexion over the imaginary axis (i.e $z \to -\bar{z}$).

Mr.Zeghib then stated another fact which is that the affine group acts isometrically, transitively and liberally on $\mathcal{H}^2$! and the question was: can we define a different metric on $\mathcal{H}^2$ such that this fact remains true ? And the answer was no (up to scalar multiplication).

The journey in the half plane of Poincare stopped here to take a 10-minutes break and get back to a different reality: an analytical one, presented by Mr.Samir Bekkara on the Stone-Weirestrass approximation:

Stone -Weirestrass approximation

Mr Samir began by presenting the plan to his course which has already been sent to us as a "homework" and went as following:

Let X be a Hausdorff topological space. and define:

$$\mathcal{C}(X) = \{f : X \to \mathbb{R} \mid f \in C^0\}$$

And let $\mathcal{E}$ be a subset of the space $\mathcal{C}(X)$ verifying the following properties:

1. Stable by addition and by scalar multiplication.
2. Stable by product ($i.e$ if $f, g \in \mathcal{E}$ then $fg \in \mathcal{E}$).
3. If $x \neq y$ the there exists $f \in \mathcal{E}$ such that $f(x) \neq f(y)$.
4. The constant maps are in $\mathcal{E}$.

Then $\mathcal{E}$ is dense in $\mathcal{C}(X)$ where the topology on $\mathcal{C}(X)$ is defined by the uniform convergence norm $i.e$ if $f \in \mathcal{C}(X)$ then:

$$\|f\|_\infty = sup_{x \in X} |f(X)|.$$

For example: $\mathbb{R}[X]$ (polynomial functions) is dense in $\mathcal{C}(X)$ with $X = [0, 1]$.

Unfortunetly, the time was over before going further and Mr Samir left the rest to the next days and Mr Mahdi was angry because he was not able even to start his course.

7 تقرير عشية اليوم الأول: 2

صهيب علوت

The hafl plane of Poincare (presented by Athman). (14:10) It was wanted from Athman to talk about some hyperbolic geometry (which is his subject of his bachelor degree project). He started by satating the Euclide's postulates:

1. By two different points passes a unique line.
2. A finite line can be extended to the infinity.
3. A point and a diameter defines a unique cercle.
4. All the right angles are equal.
5. If we are given a line d and point M not in d, then there exists a unique line parallel to d and passing by M.

There was a great debate whether the fifth postulate is really independent of the preceding ones or not. The first one who showed its independence was the mathematician Bolyai, by constracting a new geometry verifying the first four postulates but not the fifth one. It is known now as the **hyperbolic geometry**.

Athman denoted $\mathbb{H}$ to be:

$$\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} \mid Im(z) > 0\}.$$

And:

$$\mathcal{C}(\mathbb{H}) = \{\gamma : [0,1] \to \mathbb{H} \quad | \quad \gamma \in C^1\}.$$

Then he defined the map:

$$l : \mathcal{C}(\mathbb{H}) \to \mathbb{R}^+$$

To be:

$$\gamma \to l(\gamma) = \int_0^1 \frac{\sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}}{y} dt < \infty.$$

Then we define: if P and Q are two points in $\mathbb{H}$

$$d(P,Q) = inf\left\{ \ l(\gamma) \mid \gamma \in \mathcal{C}(\mathbb{H}), \ \ \gamma(0) = P, \gamma(1) = Q\right\}.$$

In fact, d is a metric on $\mathbb{H}$, it verifies all the conditins to be so. Maybe the non-trivial part was to show that if $d(P, Q) = 0$ the $P = Q$ (which is true for any metric defined in this way, due to the C^1 distribution of the inner products).

Athman stated that the topology of the metric space $\mathbb{H}$ is the same topology of $\mathbb{H}$ seen as a subspace of $\mathbb{C}$. Mehdi said that this is true because every circle in $\mathbb{H}$ (with his hyperbolic metric) is a circle in $\mathbb{C}$ (maybe with different center). But one can state a further fact: if M is a smooth manifold and d is metric defined on M in similar way as we did (a riemannian way) then the resulting metric space is homeomorphic to our first space M.

After defining the space $\mathbb{H}$, some existential questions were posed to Athman. Rym asked: why did we divide by y while defining the metric? Athman (the innocent) didn't find what to say. Then Mr Zeghib gave an example of a natural "hyperbolic" measure of difference between the ages of man and woman (this example should make even Moussa excited and convinced). He said that in order to measure the differece between the ages of a man and a woman one should not calculate directly the difference, because women are considered to grow up earlier than man. For example the difference age of a 60 years old man and a 50 years old woman is seen to be less than the one of a 20 years old man and a 10 years old woman. Thus a more natural way is to calculate the difference then divide it by (for example) the age of the man, in this case the age of the man plays the same role as y while defining the metric.

Athman moved after that to describe the geodesics on $\mathbb{H}$ (a geodesic between two points is a curve whose length is the distance beween them), he took two points on the imaginary axis, and then with an easy calculation, he showed that the geodesic between them is the line segment, and thus, the imaginary axis is a complete geodesic.

Then he defined an action of $PSL_2(\mathbb{R})$ on $\mathbb{H}$ by: if A is a matrix in $PSL_2(\mathbb{R})$ with coefficients a, b, c and d then:

$$A.z = \frac{az+b}{cz+d}$$

For instance $PSL_2(\mathbb{R})$ is defined to be $SL_2(\mathbb{R})/\{Id, -Id\}$. And then (in this way) $PSL_2(\mathbb{R})$ acts by isometries on $\mathbb{H}$. This action is transitive, and one can send any two points to other two points lying on the imaginary axis, thus one can send any geodesic to the real axis. And then one can verify that any geodesic in $\mathbb{H}$ is either an orthogonal line to the real axis or a semi circle centered on the real axis.

Athman, before finishing his lecture, stated that this geometry verifies all the Euclid's postulates except the fifth one.

But this subject was not yet closed, Mr Zeghib started to talk about some geometric facts. First, the affine group, consisting of all the transformations of the form $z \to az + b$ where a and b are real with $a > 0$, acts by isometries transitively and liberally on $\mathbb{H}$, now if one forgets the metric on $\mathbb{H}$ but keeps the action of preceding affine group on $\mathbb{H}$ and then asks: what are all the possible riemannian metrics that one could define on $\mathbb{H}$ and for which the action is by isometries? The answer is that the hyperbolic metric is the only one (up to scalar multiplication).

Another fact, is that one can determine the geodesics of a space by knowing only the behaviour of the isometries, for example if an isometry fixes a curve linking two points, and this curve is the only one that links those points and fixed by this isometry, then it is a geodesic, or in other words, if the set of the fixed points of an isometry is a curve then it is a geodesic (I am not sure for this). In the case of $\mathbb{H}$ we deduce that the imaginary axis is a geodesic because it is fixed by the isometry $z \to -\bar{z}$, and any other geodesic is fixed by some inversion or reflection.

Stone -Weirestrass approximation (presented by Mr Samir). (16:50) In his lecture, Mr Samir started directly by giving the plan of his course:

Let X be a Hausdorff topological space. and define:

$$\mathcal{C}(X) = \{f : X \to \mathbb{R} \mid f \in C^0\}$$

And let $\mathcal{E}$ be a subset of the space $\mathcal{C}(X)$ verifying the following properties:

1. Stable by addition and by scalar multiplication.
2. Stable by product ($i.e$ if $f, g \in \mathcal{E}$ then $fg \in \mathcal{E}$).
3. If $x \neq y$ the there exists $f \in \mathcal{E}$ such that $f(x) \neq f(y)$.
4. The constant maps are in $\mathcal{E}$.

Then $\mathcal{E}$ is dense in $\mathcal{C}(X)$ where the topology on $\mathcal{C}(X)$ the topology of the uniform convergence $i.e$ if $f \in \mathcal{C}(X)$ then:

$$\|f\|_\infty = sup_{x \in X} |f(X)|.$$

For example: $\mathbb{R}[X]$ is dense in $\mathcal{C}(X)$ with $X = [0, 1]$.

Then we started solving his DM, we could only do the first two questions before the time was over.

8 تقرير صبيحة اليوم الثاني :2

محمد معيزة و عثمان هاشم

La deuxième journée du Mathcamp a débuté à 8h00 avec une conférence animée par M. Djamal DOU, portant sur une application de la théorie de relativité générale : le GPS (*Global Positioning System).*

Première conférence :

Avant de commencer, M. BENOUMHANI commente : *"On attends toujours que Djamal nous révèle les secrets du GPS"*. Le conférencier demande alors à son ami de patienter jusqu'au moment opportun, ce n'était que la deuxième conférence d'une longue série.

Ce dernier commence par poser le problème de la conférence: En munissant la terre d'un repère cartésien (le centre de la terre est l'origine du repère), existe t-il une méthode permettant de trouver les coordonnés d'un point $\overrightarrow{R}(x, y, z)$ sur la terre, en s'aidant de trois satellites au dessus du point ? Pour des raisons de simplification, M. DOU introduit un modèle simple qu'il appelle "*Toy Model*" et qui permettra d'exhiber la complexité des équations et l'amplification des erreurs obtenues en utilisant les méthodes de la mécanique classique.

The Toy Model:

soit $\overrightarrow{R}(x, y, z)$ point sur la terre qu'on veut localiser à l'aide des trois satellites S_1,S_2et S_3, les satellites envoient des signaux au point $\overrightarrow{R}(x, y, z)$ à la vitesse de la lumière c et contiennent les informations suivantes :

- le moment d'envoi du signal t_i.
- la position du satellite au moments t_i, avec $i = 1, 2, 3$.

On suppose de plus que les trois signaux arrivent en $\overrightarrow{R}$ au même moment t. Si on représente les signaux par des vecteurs $\overrightarrow{r_1}$,$\overrightarrow{r_2}$ et $\overrightarrow{r_3}$, on obtient le système non linéaire d'inconnus x, y, z :

$$||\overrightarrow{R} - \overrightarrow{r_1}|| = c(t - t_1)$$
$$||\overrightarrow{R} - \overrightarrow{r_2}|| = c(t - t_2)$$
$$||\overrightarrow{R} - \overrightarrow{r_3}|| = c(t - t_3)$$

M. DOU explique que ce système n'est pas trivial à résoudre, à peine a t-il terminé son explication que Mohammed ALLIOUAN (étudiant à l'Ecole Polytechnique d'Alger) a proposé une solution suivant un algorithme linéarisant le système,

M. DOU lui demande alors de lui montrer sa méthode à la fin de la conférence et continue d'expliquer les erreurs dans ce modèle : soit δt l'erreur commise dans le calcul du temps par les satellites et $\delta \overrightarrow{R}$ l'erreur associée au calcul de la position. Si $\delta t \sim 10^{-3}$ alors, l'erreur dans la calcul de la position sera estimée comme suit $\delta \overrightarrow{R} \sim c \times 10^{-3} = 3 \times 10^8 \times 10^{-3} = 3 \times 10^5 m$.
c'est bien $300KM$ d'erreur, ce qui est loin d'être précis pour un GPS digne de ce nom ! Pour avoir une erreur acceptable sur la position, il faudrait des appareils qui commettent une erreur dans le calcul du temps de l'ordre d'une nanoseconde $10^{-9}s$!.

La conférence se termine par une série de questions et un petit débat concernant la technologie nécessaire à la fabrication de satellites spatiaux.

Deuxième conférence:
Après une pause de vingts minutes, on a repris nos places dans l'amphithéâtre pour suivre la correction du devoir maison écrit et préparé par M. RAFFED et présenté par M. BELRAOUTI.
Produit semi-direct :
Les premières questions traitent de la définition du produit semi-direct (PSD) : Si on a deux groupes N et H et un morphisme $\phi : H \longrightarrow aut(N)$ (c.-à-d. H agit sur N par homéomorphisme), nous pouvons alors définir la loi "$\cdot$" sur $N \times H$ qui à $((n,h),(n',h')$ associe $(n\phi_h(n'), hh')$. On peut voir que cette loi est associative d'élément neutre $(1,1)$ et que tout élément de $N \times H$ admet un inverse pour cette loi et on a $(n,h)^{-1} = (\phi_{h^{-1}}(n^{-1}), h^{-1})$, donc $(N \times H, \cdot)$ est un groupe.
un exemple du PSD est le groupe affine $GA(E)$ d'un espace vectoriel E, qui est isomorphe au PSD du groupe de translation $\mathcal{T}(E)$ et du groupe linéaire $GL(E)$:

$$GA(E) \simeq GL(E) \ltimes \mathcal{T}(E)$$

Par la suite, nous traitons des questions qui exhibent les propriétés générales du PSD, M. BELRAOUTI fait participer plusieurs étudiants et les fait monter au tableau.
la séance se termine après une heure de travail.
troisième conférence :
M. Hamza KHELIF a clôturé cette série de conférences par une promenade inédite dans son *"jardin des courbes"*. Certaines questions d'ordre philosophiques et techniques ont été posées au conférencier. Nous donnons deux exemples:
Athmane : *" Peut-on connaitre les propriétés topologiques de ces courbes comme le nombre de composantes connexes en regardant seulement les équations algébriques qui les définissent?"*
M. ZEGHIB: *"Comment voyez-vous la beauté de ces courbes en tant que poète?"*

les conférences s'arrêtent à 13h00, le temps du déjeuner pour reprendre à 14h00.

9 تقرير أمسية اليوم الثاني

سيرين سقني

الأحد 25 مَارس 2018

الفترة المسَائية المَمتدة من 13 : 16 الَى 45 : 17

معَادلَات تفَاضلية عَادية "ODE"

الأستَاذ : فَارح عبد الفتَاح

بعد استرَاحة قصيرة عدنَا إِلَى القَاعة لنكمل جولتنَا الفكرية ، هذه المرة مع الأستَاذ فَارح عبد الفتَاح منتظرين بلهفة أَن يكمل مَا بدَأه أَسَاتذتنَا الكرَام في تزويدنَا بعلم نَافع ، تم تعيّن نور كمسير الحصة ، وتم توكيل مهمة كتَابة تقرير لطَالبين بعد اكتشَافنَا عدم تعيّنهمَا في الحصة الأولَى، رحبت نور بنَا وبَالأستَاذ عبد الفتَاح ، شكرهَا الأستَاذ وَاستهل المحَاضرة بَاخبَارنَا أَنه لن يقدم محَاضرة بل سيقدم تمَارينَات وسيقوم الطلبة بحلهَا ، قَال جملته هذه وشرع في شرحه قَائلَا : نعلم أَنه في طبيعة يوجد ثلَاثة أَنوَاع من الكربون ^{14}C ، ^{13}C ، ^{12}C ؛ بَالنسبة لـ ^{12}C فهو لَا يتغير عكس ^{14}C فهو عنصر متحول حيث تّميز العنَاصر المتحولة بنصف العمر ، هنَا تدخل الطَالب أَيمن ليصحَح مصطلح نصف العمر إِلَى عمر النصف ، شكره الأستَاذ ، وتَابع شرحه موضحَا أَهمية الكربون في حسَاب العمر وعبر عن ذلك بمعَادلة تفَاضلية :

$$q'(t) = -kq(t)$$

$$q'(t) + kq(t) = 0.$$

الشكل العَام لَلمعَادلَات التفَاضلية :

$$F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$$

$$F(x, y, y') = 0.$$

المعَادلَات غير التَامة :

(I

$$F(x, y') = 0.$$

يُؤول حلهَا إِلَى :

$$y' = f(x).$$

(II

$$F(y, y') = 0.$$

تحل بطريقتين :

إِمَا

$$y' = f(y)$$

أَو

$$y = f(y').$$

التمرين الَاول

مرض معدي ينتشر بوتيرة متنَاسبة مع عدَد الَاتصلَات بين الَاشخَاص المصَابين وغير المصَابين ، بمعَامل تنَاسب k .

إِذَا كَان عدَد افرَاد المجتمع هو n وبدَأت الَاصَابة من شخص وَاحد ، أَحسب عدَد الَأشخَاص المصَابين بدلَالة الزمن .

الحل :

x : هو عدَد الَأشخَاص المصَابين

n : هو عدَد الَأشخَاص الكلي

الوتيرة هي مشتق عدَد الَأفرَاد المصَابين بَالنسبة لَلزمن

$$X'(t) = kX(t)[(n - X(t)]$$
$$\frac{dX}{dt} = kX(t)[(n - X(t)]$$

$$dX = kX(t)[(n - X(t)]dt$$
$$\frac{dX}{X(t)[(n - X(t)]} = kdt.$$

ومنه :

$$\int_0^t \frac{1}{X(t)[(n - X(t)]}\mathrm{d}X = \int_0^t k\mathrm{d}t.$$

لدينَا :

$$\frac{1}{X(n - X)} = \frac{a}{X} + \frac{b}{n - X}$$
$$\frac{1}{X(n - X)} = \frac{1}{X} + \frac{1}{n(n - X)}.$$

وعليه :

$$\int_0^t \frac{1}{X(t)[(n - X(t)]}\mathrm{d}X = \int_0^t [\frac{1}{X(t)} + \frac{1}{n(n - X(t)}]\mathrm{d}X$$
$$\int_0^t [\frac{1}{X(t)} + \frac{1}{n(n - X(t)}]\mathrm{d}X = kt + C$$
$$\int_0^t [\frac{1}{X(t)} + \frac{1}{n(n - X(t)}]\mathrm{d}X = \frac{1}{n}ln(X) - \frac{1}{n}ln(n - X)$$
$$\frac{1}{n}ln(X) - \frac{1}{n}ln(n - X) = kt + C.$$

أَي :

$$\frac{1}{n}ln(\frac{X}{n - X}) = kt + C.$$

لدينَا :

$$\frac{X}{n-X} = C_1 e^{nkt}.$$

وعليه :

$$X(t) = \frac{nC_1 e^{nkt}}{1 + C_1 e^{nkt}}.$$

ولكن :

$$X(0) = 1.$$

هذَا يعني أَن :

$$C_1 = \frac{1}{n-1}.$$

وعليه :

$$X(t) = \frac{Xe^{nkt}}{n-1+e^{nkt}}.$$

التمرين الثَاني

نريد أَن نعرف ارتفَاع المَاء h في الخزَان ، علمَا بَأن سرعة التدفق مسَاوية لسرعة سقوط القطرة من الَارتفَاع H .

حسب مبدَأ انحفَاظ الطَاقة :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$
$$v = \sqrt{2gh}.$$

ومنه :

$$\frac{dv}{dt} = -A_0\sqrt{2gh}.$$

ولدينَا :

$$V_h = \frac{1}{3}\Pi.r^2.h$$
$$r = h.tan(\theta).$$

بَالتعويض نجد :

$$V_h = \frac{1}{3}\Pi.h^3.tan^2(\theta)$$
$$\frac{h^2dh}{dt} = \frac{3A_0\sqrt{2gh}}{\sqrt{2}\Pi.tan^2(\theta)}$$
$$h^{\frac{3}{2}}.dh = -\frac{3A_0}{\sqrt{2}\Pi.tan^2(\theta)}t + \frac{2}{5}H^{\frac{5}{2}}.$$

علمَا بَأن :

$$tan(\theta) = \frac{a}{2H}.$$

بدأت المحَاضرة بمقدمة عَامة حول عنَاصر الكربون وَاستعمَالَاته في حسَاب العمر ، تطوع أَيمن دحَام لحل التمرين المقترح من طرف الأَستَاذ ، لقد كَانت حصة شيقة ومثيرة وهذَا رَاجع لَلتدخلَات وَالأَسئِلة التي طرحت، كَان الأَستَاذ زغيب أَول من بَادر متسَائِلَا عن سبَب ترجمة الَاتصَال بعملية الضرب ولم تكن هنَاك اجَابة وَاضحة عن تسَاُؤله . في هذه الَاثنَاء تقدم الطَالب حمزة بسُؤَال مثير لَلَاهتمَام حيث تسَاءل عن وجود الَاستمرَار في الفيزيَاء ، ليجيب الَأستَاذ زغيب أَنه يمكننَا رُؤية عدم الَاستمرَار في الوَاقع وخَاصة في الظوَاهر الفيزيَائِية ، سؤَال حمزة أَثَار موضوع المعَادلَات التفَاضلية وعلَاقتهَا الوطيدة بَالفيزيَاء ، وبذلك اتفق أَغلب الحضور الكرَام بَأن المعَادلَات التفَاضلية تطبق في الفيزيَاء أَكثر منهَا في الريَاضيَات ، وأَثنَاء هذه المنَاقشَات كَان الَأستَاذ عبد الفتَاح يشرف علَى حل أَيمن في السبورة ، يصحَح أَخطَاءه وينَاقشه في خطوَات حله ، في الجهة الَأخرَى من القَاعة كَان هنَاك طَالبَان يتنَاقشَان حول وتيرة الَاصَابة ليتدخل الَأستَاذ عبد الفتَاح موضحَا أَنّ الَاصَابة تم أَخذهَا كمفهوم تقريبي لَا أَكثر ، بعد ذلك طرح الَأستَاذ موسَى السُؤَال العَام وَالذي يرَاودنَا جميعَا أَلَا وهو : هل هذه طريقة عملية لحل مثل هذه المسَائِل ؟ عقّب الطَالب حسَان علَى هذَا السُؤَال بقوله أَن الريَاضيَاتي لَا يمكنه إِعطَاء نتَائِج دقيقة في مجَال آخر دون تعَاونه مع مختصين من نفس المجَال و ذلك لَلحصول علَى نتَائِج أَكثر دقة . وَافقه الَأسَاتذة علَى رَأيه هذَا ، كَان أَيمن قد أَتم حله في الصبورة وعَاد إِلَى مكَانه . وقد تنَاقش ثلَاثة طلَاب حول حدود التكَامل ولكن لم يشَارك أَحدهم مَا كَانو يتنَاقشون فيه مع البقية . بعد حل التمرين الَأول شرع الَأستَاذ في رسم رسم التمرين الثَاني وبعد شرحه لَلتمرين ، تكلم الَأستَاذ حمزة " أَذكر أَنّ الَأستَاذ قد وصل بعد بدء المحَاضرة بوقت " ، تسَاءل الَأستَاذ عن وجود علَاقة بين النظَام الدنَاميكي

وَالمعَادلَات التفَاضلية ، ليجيبه الَأستَاذ عبد الفتَاح عن تسَاُؤله بَأن النظَام الدنَاميكي عبَارة عن معَادلَات تفَاضلية . استَأنف الَأستَاذ حل التمرين الثَاني ولم يطلب من أَحد أَن يتطوع لحله وهذَا رَاجع لضيق الوقت فلم يتبقَى إِلَا القليل . أَثنَاء الحل تقدم الَأستَاذ زغيب بسُؤَال آخر أَلَا وهو : مَا هي المعَادلَات التفَاضلية التي يمكن حلهَا ؟ اقترح الطَالب محمد أَن المعَادلَات التفَاضلية الخطية هي الوحيدة التي لهَا حل . وقد ذكر الَأستَاذ زغيب قصة طريفة حدثت معه ، حيث أَنه وأَثنَاء حديثه مع أَحد طلبة الثَانوي المشَاركين في المخيم ، أَخبره هذَ الَاخير أَن الريَاضيَاتي يمر بثلَاث مرَاحل وهي : التكبر ثم التوَاضع وأَخيرًا الجهل . سَأله الَأستَاذ زغيب عن المرحلة التي وصلهَا هو ليجيب الجهل . ضحكنَا جميعًا علَى هذه القصة الطريفة . تقدمت نور لتعلن عن نهَاية الحصة وشكرت الَأستَاذ عبد الفتَاح علَى جهده . نزل الَأستَاذ من المنصة وسط تصفيق الحضور ، وهنَا انتهَى اليوم الثَاني لمخيم الريَاضيَات في طبعته الرَابعة.

سيرين سقني.

10 تقرير صبيحة اليوم الثاني :2

محمد معيزة و عثمان هاشم

La deuxième journée du Mathcamp a débuté à 8h00 avec une conférence animée par M. Djamal DOU, portant sur une application de la théorie de relativité générale : le GPS (*Global Positioning System).*

Première conférence :

Avant de commencer, M. BENOUMHANI commente : *"On attends toujours que Djamal nous révèle les secrets du GPS"*. Le conférencier demande alors à son ami de patienter jusqu'au moment opportun, ce n'était que la deuxième conférence d'une longue série.

Ce dernier commence par poser le problème de la conférence: En munissant la terre d'un repère cartésien (le centre de la terre est l'origine du repère), existe t-il une méthode permettant de trouver les coordonnés d'un point $\overrightarrow{R}(x, y, z)$ sur la terre, en s'aidant de trois satellites au dessus du point ? Pour des raisons de simplification, M. DOU introduit un modèle simple qu'il appelle "*Toy Model*" et qui permettra d'exhiber la complexité des équations et l'amplification des erreurs obtenues en utilisant les méthodes de la mécanique classique.

The Toy Model:

soit $\overrightarrow{R}(x, y, z)$ point sur la terre qu'on veut localiser à l'aide des trois satellites S_1,S_2et S_3, les satellites envoient des signaux au point $\overrightarrow{R}(x, y, z)$ à la vitesse de la lumière c et contiennent les informations suivantes :

- le moment d'envoi du signal t_i.
- la position du satellite au moments t_i, avec $i = 1, 2, 3$.

On suppose de plus que les trois signaux arrivent en $\overrightarrow{R}$ au même moment t. Si on représente les signaux par des vecteurs $\overrightarrow{r_1}$,$\overrightarrow{r_2}$ et $\overrightarrow{r_3}$, on obtient le système non linéaire d'inconnus x, y, z :

$$||\overrightarrow{R} - \overrightarrow{r_1}|| = c(t - t_1)$$
$$||\overrightarrow{R} - \overrightarrow{r_2}|| = c(t - t_2)$$
$$||\overrightarrow{R} - \overrightarrow{r_3}|| = c(t - t_3)$$

M. DOU explique que ce système n'est pas trivial à résoudre, à peine a t-il terminé son explication que Mohammed ALLIOUAN (étudiant à l'Ecole Polytechnique d'Alger) a proposé une solution suivant un algorithme linéarisant le système,

M. DOU lui demande alors de lui montrer sa méthode à la fin de la conférence et continue d'expliquer les erreurs dans ce modèle : soit δt l'erreur commise dans le calcul du temps par les satellites et $\delta \overrightarrow{R}$ l'erreur associée au calcul de la position. Si $\delta t \sim 10^{-3}$ alors, l'erreur dans la calcul de la position sera estimée comme suit $\delta \overrightarrow{R} \sim c \times 10^{-3} = 3 \times 10^8 \times 10^{-3} = 3 \times 10^5 m$.
c'est bien $300KM$ d'erreur, ce qui est loin d'être précis pour un GPS digne de ce nom ! Pour avoir une erreur acceptable sur la position, il faudrait des appareils qui commettent une erreur dans le calcul du temps de l'ordre d'une nanoseconde $10^{-9}s$!.

La conférence se termine par une série de questions et un petit débat concernant la technologie nécessaire à la fabrication de satellites spatiaux.

Deuxième conférence:
Après une pause de vingts minutes, on a repris nos places dans l'amphithéâtre pour suivre la correction du devoir maison écrit et préparé par M. RAFFED et présenté par M. BELRAOUTI.
Produit semi-direct :
Les premières questions traitent de la définition du produit semi-direct (PSD) : Si on a deux groupes N et H et un morphisme $\phi : H \longrightarrow aut(N)$ (c.-à-d. H agit sur N par homéomorphisme), nous pouvons alors définir la loi "$\cdot$" sur $N \times H$ qui à $((n,h),(n',h')$ associe $(n\phi_h(n'), hh')$. On peut voir que cette loi est associative d'élément neutre $(1,1)$ et que tout élément de $N \times H$ admet un inverse pour cette loi et on a $(n,h)^{-1} = (\phi_{h^{-1}}(n^{-1}), h^{-1})$, donc $(N \times H, \cdot)$ est un groupe.
un exemple du PSD est le groupe affine $GA(E)$ d'un espace vectoriel E, qui est isomorphe au PSD du groupe de translation $\mathcal{T}(E)$ et du groupe linéaire $GL(E)$:

$$GA(E) \simeq GL(E) \ltimes \mathcal{T}(E)$$

Par la suite, nous traitons des questions qui exhibent les propriétés générales du PSD, M. BELRAOUTI fait participer plusieurs étudiants et les fait monter au tableau.
la séance se termine après une heure de travail.
troisième conférence :
M. Hamza KHELIF a clôturé cette série de conférences par une promenade inédite dans son *"jardin des courbes"*. Certaines questions d'ordre philosophiques et techniques ont été posées au conférencier. Nous donnons deux exemples:
Athmane : *" Peut-on connaitre les propriétés topologiques de ces courbes comme le nombre de composantes connexes en regardant seulement les équations algébriques qui les définissent?"*
M. ZEGHIB: *"Comment voyez-vous la beauté de ces courbes en tant que poète?"*

les conférences s'arrêtent à 13h00, le temps du déjeuner pour reprendre à 14h00.

11 تقرير صبيحة اليوم الثالث :1

المأمون يونس بن يحي

Mr Zeghib chose the reporters and the chairman, then the day started with Mr Djamel Dou's lecture GPS and Relativity.

GPS and Relativity, by Djamel Dou. First, Mr Dou suggested an a numerical solution to the system of equations discussed in the previous lecture:

$$(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2 = c^2(t_i - t)^2$$

using Newton's method (linearisation). There exists another method that yields analytical solutions, however Newton's method is more efficient in dealing with the errors which are unavoidable. He then said that the toy model does not give practical results due to relativity effects, so he started explaining relativity. Essentially, what is special about light speed is that when changing the an inertial frame to another the velocity addition law doesn't apply, which means that light speed is the same in all inertial references and since $v = \frac{d}{t}$ time and lengths must be relative . Mr Dou defines time by the concept of light watch: a ray of light constantly reflected inside a box, the number of reflections is the ticks of the watch (unite of time). Using this concept he explains how time changes when the watch is moving with respect to a given inertial frame, and with some calculations he gets the formula

$$T = \frac{\frac{2L}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

where v is the velocity of the inertial frame. This gave an opportunity to state the twin paradox. Finally, the students asks some questions and we got a short break.

Representation of integers as sums of squares, by Moussa Benoumhani. Can we represent each integer n as the sum of two squares? this was the first question Mr Benoumhani asked, the answer is that the prime divisors of n congruent to 3 mod 4 must be of even exponentials. then he stated Lagrange Theorem: every positive integer can be expressed as the sum of four squares, he gave some historic notes about it, such as Euler was the first to approach this problem and it took him 43 years to solve it, but Lagrange was the first to solve it using some of Euler's results. Some of the proof steps were done by students, others by Mr Benoumhani. After this we had a second break with tea and peanuts.

Hyperbolic geometry, by Bachir Alliti. Bachir mentioned some points about the hyperbolic half plane that Athman did not get to last time such as PSL acts by isometries on $\mathbb{H}$, how angles between geodesics are defined (it's the angle between the tangents of each geodesic). After this, Bachir introduced the second model: the hyperbolic disc. the hyperbolic disc is contructed by sending the metric $\mathbb{H}$ to $\mathcal{D}$ using the map

$$f(z) = \frac{zi + 1}{z + i}$$

in this case, the geodesics are the arcs of circles perpendicular on the disc boundary inside the disc. Bachir presented the possible cases of triangles in $\mathbb{H}$ and $\mathcal{D}$. In the end, He states and proves the Gauss-Bonnet theorem: if Δ is a triangle in $\mathbb{H}$ with angles α, β and γ then:

$$\mu(\Delta) = \pi - (\alpha + \beta + \gamma).$$

Mr Zeghib here interferes to explain this further.

We finished the morning lectures and headed to lunch where we had Chorba and a delicious potato gratin.

12 تقرير صبيحة اليوم الثالث: 2

آمال علوش

انطلق اليوم الثالث من مخيم الرياضيات الرابع بحضور معظم الطلبة والأساتذة. الانطلاقة كانت على الساعة الثامنة مع حصة النسبية ونظام التموضع العالمي GPS

كما هو مقرر. هذه الحصة التي يحضرها جميع طلبة المخيم بمختلف مستوياتهم بمن فيهم طلبة الثانوية كانت حصة لفتت الانتباه كثيرا خاصة وأن موضوعها هذه المرة كان حول النسبية الخاصة.

البداية كانت مع الإجابة عن السؤال المفتوح من الحصة السابقة حول كيفية تعيين إحداثيات موضع معين بطريقة تحليلية انطلاقا من مجموعة المعادلات المشكلة من المعلومات التي تعطيها الأقمار الصناعية في النموذج المبسط أو Toy Model . وحسب الأستاذ **جمال ضو** فقد تمكن طالبان من الإجابة بشكل صحيح على المسألة ودار بعدها بعض النقاش حول الطريقة المستخدمة فعليا في حل هذه المعادلات (طريقة نيوتن رافسون) وفائدة هذه الطريقة في التحكم في الارتياب على النتائج النهائية الناشئ من البيانات الأولية غير الدقيقة.

بعدها كانت الانطلاقة الحقيقية للدرس، الدافع للتوجه للنسبية الخاصة كان من أجل تصحيح النموذج المبسط بهدف تحديد الموقع أو الموضع بشكل أكثر دقة. في البداية شرح الاستاذ **جمال ضو** أحد مسلمتي النسبية الخاصة والتي تنص على أن سرعة الضوء هي سرعة حدية وثابتة في جميع المعالم العطالية -المعلم العطالي هو كل معلم يكون مبدأ العطالة فيه محققا، أي أن الجسم الساكن فيه يبقى ساكنا والجسم المتحرك بحركة مستقيمة منتظمة يحافظ على حركته إن لم تؤثر عليه قوة.

قام الاستاذ بعد ذلك بالتعريج على المسلمة الأخرى وهي تكافؤ المعالم العطالية فلا يمكن التمييز بين المعالم العطالية المختلفة، إذ لا توجد تجربة فيزيائية يمكنها الحكم بأن أحد المعالم ساكن (بشكل مطلق) وأن بقية المعالم العطالية الأخرى تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لذلك المعلم الساكن. فالقوانين الفيزيائية لها نفس الشكل في جميع المعالم العطالية وبالتالي لا توجد سمة مميزة لأحدها عن البقية.

شرع بعد ذلك الاستاذ **ضو** في شرح النتائج المترتبة عن هاتين المسلمتين، ما يترتب عن المسلمة الأولى هو أن عملية تركيب السرعات عند الانتقال من معلم عطالي لآخر – أي تحويلات غاليليو- لا يمكن أن تكون صحيحة لأنها ستسمح بوجود سرعات أكبر من سرعة الضوء وهذا يتنافى مع المسلمة الأولى التي تنص على سرعة الضوء هي سرعة حدية في المعالم العطالية!

النتيجة الأخرى والأخيرة في هذه المحاضرة كانت تمدد الزمن. فحتى تحترم التحويلات بين المعالم العطالية المسلمة الأولى، أي حتى تكون سرعة الضوء ثابتة عند تحويلها من معلم لآخر، لابد من أن الزمن يتغير هو الآخر بتغيير المعلم، أي أن الزمن ليس مطلقا وثابتا بالنسبة لجميع المعالم بل إن لكل معلم زمنه الخاص.

لتأكيد هذا التخمين طرح الاستاذ ضو التجربة الفكرية التالية : افترض وجود معلمين عطاليين S و S' حيث يتحرك المعلم S' بسرعة v ثابتة بالنسبة للمعلم S ، وهناك ساعتان متطابقتان واحدة في كل معلم وهما بشكل مبسط عبارة عن صندوق يتحرك به شعاع ضوئي صعودا ونزولا، وحدة زمن هذه الساعة أو دقة واحدة (tic) هو المقدار اللازم للشعاع الضوئي لقطع المسافة (L) -وهي ارتفاع الصندوق- صعودا ونزولا، في المعلم (S) يمكن حساب (T) -دقة واحدة- بكل سهولة :

$$T = 2L/c$$

حيث c هي سرعة الضوء. أما الساعة في المعلم S' فهي تبدو بالنسبة لمراقب في المعلم S أنها تدق بالوتيرة T' ، حيث يمكن حسابها هي الأخرى بسهولة بالاستعانة بنظرية فيثاغورس -أنظر الشكل (1)- :

$$T' = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

النتيجة المفاجئة هنا أن الساعة في المعلم S' لا تدق بنفس الوتيرة التي تدق بها الساعة في المعلم S ، بل إن الساعات المتحركة تدق بوتيرة أبطأ من تلك الساكنة بالنسبة لمعلم عطالي معين. وبالتالي ليس هناك معنى لتحديد الزمن إن لم تحدد المعلم الذي تم قياس الزمن بالنسبة له أولا. وعلى هذا الأساس يجب إعادة تعديل الزمن الذي ترسله ساعات الأقمار الصناعية حتى تأخذ بعين الاعتبار التصحيح النسبوي الأول ألا وهو تمدد الزمن.

الحصة أثارت فضول الطلبة الحاضرين بشكل كبير وتجلى ذلك في عدد الأسئلة الكبير والمداخلات المتعددة من قبلهم، مما جعل وقت الحصة يُمدد لقرابة ساعتين وهو ضعف الوقت المخطط له. هذا دفع بالأستاذ **ضو** لتحديد حصة أخرى للنقاش المفتوح بعد نهاية الحصص المبرمجة لذلك اليوم. هذا وقد دعاه الاستاذ **زغيب** إلى أن يكون محاضرا دائما في كل مخيمات الرياضيات القادمة، الأمر الذي وافقه عليه الحاضرون.

عقب استراحة قصيرة انطلقت الحصة الثانية بعد الساعة العاشرة بقليل، نشطها الأستاذ **موسى بن أم هاني** في مجال نظرية الأعداد. الحصة كانت عبارة عن حصة تطبيقية الغرض منها كان إثبات علاقة شهيرة في نظرية الأعداد ألا وهي أن كل عدد طبيعي يمكن كتابته بشكل مجموع أربع أعداد صحيحة مربعة أو مرفوعة للقوة إثنين.

البداية كانت بنظرة تاريخية سريعة للمحاولات السابقة لإثبات هذه المخمنة التي طرحها ديوفنتس، حيث ادعى فيرما أولا أنه تمكن من إثباتها لكنه لم يقدم برهانه. اولر هو الآخر عمل على إثباتها ابتداء من سنة 1730 وقد تمكن من إحراز نتيجتين مهمتين الأولى في سنة 1743 وقد أثبت حينها أن جداء عددين يمكن كتابة كل منهما على شكل 4 مربعات هو عدد يمكن كتابته في شكل مجموع 4 مربعات.
النتيجة الثانية التي توصل اليها سنة 1751 هو أن المعادلة $(x^2 + y^2 + 1 = 0 \ mod(p))$ لها حل في مجموعة الأعداد الصحيحة، وهما النتيجتان اللتان استعملهما لاغرانج في النهاية لإثبات العلاقة المطلوبة سنة 1770. اولر قدم بعدها بسنتين برهانا بسيطا لهذه المتطابقة وهو الطريق الذي خط على نهجه الاستاذ **موسى** المسألة التي طرحها

لبرهان المتطابقة.

الحصة شهدت تفاعلا جيدا من قبل الطلبة خاصة أنيس الذي شارك بنشاط في حل المسألة، وقدم أفكارا جيدة لحل عدد من الأسئلة، امتدت الحصة لساعة و 45 دقيقة وقبل نهايتها بمدة ليست بالقصيرة إنضم الى القاعة الاستاذ **أحمد مصطفاوي** والذي شرع في أخذ صور فوتوغرافية للطلبة الحاضرين ولمجريات المحاضرة. وبعد انتهائها قام الأستاذ **زغيب** بالتعريف به فهو الاستاذ **أحمد مصطفاوي** رئيس قسم المعلوماتية في جامعة $FrancheComt$ بفرنسا ورئيس جمعية $SCIMUS$ التي تُعنى بالطلبة ذوي القدرات الاستثنائية. بعد هذه اللمحة القصيرة عن شخص الأستاذ **أحمد مصطفاوي** خرج الجميع لأجل استراحة الشاي والفول السوداني.

الحصة الثالثة المبرمجة على الساعة الثانية عشر كانت عبارة عن مداخلة من قبل **عطيلي بشير** طالب السنة الثالثة ليسانس رياضيات من جامعة هواري بومدين للعلوم والتكنولوجيا بباب الزوار. هذه المداخلة شكلت الشق الثاني من المحاضرة التي ألقاها الطالب **عثمان هشيم** المنتسب لنفس الجامعة السابقة تحت عنوان الهندسة الزائدية يوم السبت 24 مارس 2018.

في حوالي الخمسين دقيقة، أكمل الطالب بشير ما قد بدأه زميله في توضيح خواص هذه الهندسة، حيث تناول نوعا معينا من التقايسات من الشكل :

$$z \ \rightarrow \ \frac{az+b}{cz+d}$$

حيث

$$(a,b,c,d) \in R \ , \ \ ad-bc=1.$$

هذه التقايسات تشكل زمرة جزئية من زمرة التقايسات الكلية على الفضاء وتدعى بالزمرة PSL(2,R) ، ميزتها أنها عبارة عن تطبيقات هميومورفية ($homeomorphisms$) وتحافظ كذلك على الزوايا (في هذه الهندسة تحدد الزوايا بين المنحنيات باستخدام الزاوية المشكلة بين مماسي المنحنيين عند نقطة التقاطع) بالطبع المقصود بالمنحنى هنا هو الجيوديسي ($geodesic$) والذي تكون عبارة عن أنصاف الدوائر والمستقيمات العمودية على المحور الحقيقي (R) في هذا الفضاء.

كما قام الطالب **بشير** بتعريف أنواع المثلثات الأربعة في هذا الفضاء، وهي على التوالي المثلث الذي له رؤوس كلها في اللانهاية، المثلث الذي اثنان من رؤوسه يقعان في اللانهاية، المثلث الذي له رأس واحد فقط يقع في اللانهاية، والمثلث الذي لا يقع أي من رؤوسه في اللانهاية كما هو موضح بالشكل(2)، حيث تظهر هذه المثلثات تباعا.

عقب ذلك عرّج الطالب **بشير** على مفهوم المساحة الزائدية وقام بتوضيح خاصية مهمة لزمرة التقايسات $PSL(2,R)$ وهي أن المساحات الزائدية تكون صامدة عند تطبيق أي من التحويلات التي تنتمي إلى الزمرة الجزئية آنفة الذكر، أي إذا عرفنا المساحة الزائدية لمجموعة جزئية من (H) (الفضاء الزائدي المدروس) بـ:

$$\mu(A) = \int_A \frac{dx\ dy}{y^2}$$

فإنه من أجل كل $T \in PSL(2,R)$ تكون :

$$\mu(A) = \mu(T(A)).$$

طبعا ذلك إن كان هذا التكامل موجودا. أخيرا، تعرض إلى نظرية $Gauss - Bonnet$ وتناول بعض الأمثلة عنها مستخدما أنواع المثلثات الأربعة المذكورة آنفا. النظرية تنص على أن المساحة الزائدية للمثلث في هذا الفضاء لا تعتمد إلا زوايا هذا الأخير، حيث تعرف كالتالي :

$$\mu(\triangle) = \pi - \alpha - \beta - \gamma$$

علما أن $\triangle$ ترمز للمثلث الزائدي و (α, β, γ) هي زوايا هذا المثلث. تجدر الإشارة هنا الى أن مجموع زوايا المثلث الزائدي أقل دوما من π وهو ما يجعل المساحة موجبة دائما كما ينبغي أن تكون.

انتهت آخر حصة صباحية قرابة الساعة الواحدة لينطلق الجميع بعدها الى المطعم الملحق بالمدرسة من أجل تناول وجبة الغداء.

13 تقرير عشية اليوم الثالث :1

فريد ضياف

14:15 : reprise des cours

Après une matinée riche en mathématique, nous avons entamé l'après midi. Au programme : un cours de Mehdi sur le produit semi direct de groupe et un deuxième cours sur les EDO avec M. Farah. Avant de commencer, M. Zeghib partage les étudiants en deux niveaux : niveau 1 avec Monsieur Smail pour résoudre les DM et niveau 2 avec Mehdi.

Mehdi entame la partie 3 du sujet (produit semi direct de groupes), une notion intéressante qui fournit une méthode de construction de nouveaux groupes .
Rym répond à la première question : étant donnés deux groupes N et H, alors ces deux groupes sont respectivement isomorphes aux sous-groupes $\overline{N} = N \times \{1\}$ et $\overline{H} = \{1\} \times H$ de $N \rtimes H$ et qui vérifient :

1. $\overline{N} \lhd N \rtimes H$.
2. $\overline{N} \cap \overline{H} = \{1\}$.
3. $N \rtimes H = \overline{NH} = \overline{HN}$.

Ensuite, elle montre que l'action de H sur N se traduit par l'action de $\overline{H}$ sur $\overline{N}$ par automorphisme intérieur, M. Zeghib nous explique que le produit semi direct est un moyen d'imposer l'action par automorphisme intérieur ou d'une autre façon, si j'ai $\sigma \in Aut(N)$, je construis un groupe G contenant N (au sens qu'il existe un morphisme injectif $i : N \hookrightarrow G$) et un élément $\mathbb{1}$, dont l'action par conjugaison est σ et ce groupe est exactement $N \rtimes \mathbb{Z}$. Mesbah montre que $N \rtimes H$ est une extension de H par N en prenant la suite exacte courte suivante :

$$1 \longrightarrow N \xrightarrow{f_1} N \rtimes H \xrightarrow{f_2} H \to 1$$

$$f_1(n) = (n, 1) \quad et \quad f_2(n, h) = h.$$

Ensuite Hamza, Mohamed et Yenni répondent aux questions de la partie c). M. Zeghib interrompt Mehdi et pose la question suivante :

Question:
étant donnés deux morphismes ϕ et $\psi : H \longrightarrow Aut(N)$ à quelle condition $N \rtimes_\phi H$ et $N \rtimes_\psi H$ soient isomorphes ?

Souheib répond à cette question en affirmant que si ces deux morphismes sont conjugués par un élément de $Aut(N)$, on aura la conclusion attendue. En effet, soit $u \in Aut(N)$ tel que

$$\phi(h) = u\psi(h)u^{-1}, \quad \forall h \in H.$$

alors $N \rtimes_\phi H$ et $N \rtimes_\psi H$ sont isomorphes par l'isomorphisme suivant :

$$\begin{array}{rccc} f: & N \rtimes_\psi H & \longrightarrow & N \rtimes_\phi H \\ & (n,h) & \longmapsto & (u(n),h) \end{array}.$$

Enfin le cours de Mehdi s'achève avec M. Zeghib où il donne un exemple de représentation de la droite réel dans les automorphismes du groupe $SO(3)$ "groupe du MathCamp" défini par l'application ϕ pour une certaine matrice antisymétrique B $(B +^t B = 0)$

$$\begin{array}{rccc} \phi: & \mathbb{R} & \longrightarrow & Aut(SO(3)) \\ & t & \longmapsto & \phi_A \end{array}.$$

avec

$$\begin{array}{rccc} \phi_A: & SO(3) & \longrightarrow & SO(3) \\ & A & \longmapsto & \exp(tB)A\exp(-tB) \end{array}.$$

16:05 : pause.

16:45 : reprise avec le cours des EDO avec M. Farah. Ce dernier explique comment résoudre des equations du type $y^{'}(x) = f(y) \cdots (1)$
S'il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $f(c) = 0$ alors $g(x) = 0$ est une solution du problème, sinon : si $f(y) \neq 0$ alors l'équation (1) se ramène à intégrer l'équation suivante : $\frac{dy}{f(y)} = dx$.

Après, nous sommes passés à un autre type, celui de $y = f(y^{'})$. Ce type d'équation se ramène *via* le changement de variable $y^{'} = u$ à intégrer l'équation $\frac{f^{'}(u)}{u}du = dx$. Ensuite M. Farah expose deux problèmes de modélisations qui évoquent ces deux types d'équations. A ce stade M. Saadallah et M. Zeghib ouvrent un débat sur l'absence d'une théorie générale pour la résolutions des EDO. Selon M. Zeghib, les gens qui font de la modélisation, EDP et les mathématiques appliquées ne font pas de la recherche mathématique,à l'opposé, M. Saadallah voit le contraire.

18:00 : fin des cours.

14 تقرير عشية اليوم الثالث: 2

مالك حنونة

Oussama's part After we had lunch, or more precisely at 14 : 00 Pm, Oussama and Souheib started finally their seminar about **Peano curves**, Oussama decided to explain the first part of the DM starting by defining some topological concepts: **connectedness**, **path connectedness**, **compactness** and **Hausdorff space**. after these definitions he started to construct the Peano curve by proving the existence of a sequence of functions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ verifying:

- f_n is continuous
- $f_{n+1}(\frac{k}{9^n}) = f_n(\frac{k}{9^n}) \quad \forall\ 0 \leq k \leq 9^n$
- $\forall (i,j) \in \{0,1,...,3^n-1\}$, $\exists! 0 \geq k \leq 9^n - 1$ such that $f_n(I_{nk}) \subset C_{ijn}$

In the beginning, I didn't understand the aim that Oussama was looking for, but when he began his explanation I realized his purpose. First of all he subdivided the interval $[0,1]$ into nine parts and constructed f_1 focusing on the extreme points, in the other hand he divided his square into nine identical squares, so f_1 is just a trajectory in the $[0,1] \times [0,1]$. Actually he passed by all the nine squares in the first step and when he finished this part I expected more constructions, but it seemed that the problem was done because he only repeated the same steps, he subdivided each one of the nine small intervals into nine and the image of the extreme points also was the same only with a few modifications in order to verify the continuity, then he posed $\lim f_n(x) = f(x)$, and showed that $f([0,1])$ is dense in $[0,1]^2$ because for every open in $[0,1]^2$ he could find sufficiently small squares whose extreme points images are in the open. Then he showed that f_n converges uniformly to f, and we know that f_n is continuous for every $n \in \mathbb{N}$, thus f is continuous. Mehdi asked Oussama to make explicit the uniform convergence of f_n to f, which put Oussama in dangerous situation, but he concentrated for a while, and explained that for every $x \in [0,1]$, x is contained in an interval of some subdivision $I_{kn} = [\frac{k}{9^n}, \frac{k+1}{9^n}]$, and then showed that the distance between f_n and f is independent of the choice of x for n sufficiently large.

Actually Oussama skipped some details (for L1 students), the interval [0,1] is compact because it verifes the property of **Bolzano-Weirstrass** and it's equivalent to the property of **Borel-Lebesgue** in case of metric spaces (like $\mathbb{R}$), using the fact that f is continuous we can deduce that $f([0,1])$ is closed and bounded (just like the case of closed bounded intervals in the **real line**), in the other hand $f([0,1])$ is dense in $[0,1]^2$ (it is proved above), so $Im(f)$ is closed and dense subset of $[0,1]^2$. As a result, $Im(f) = [0,1]^2$, so f is surjective.

We call any surjective function $f : [0,1] \longrightarrow [0,1]^2$ a **Peano Curve**, but the existence of such curves is not easy to imagine even we could construct it. That's why Souheib chose the second part to explain some unusual facts about this kind of curves.

Souheib's part

The chairman, for that evening, was excellent and did his job professionally, Souhieb without any introduction began to show that **Peano curve** f can't be injective, otherwise f becomes homeomorphism, which means that $[0,1]$ and $[0,1]^2$ are topologically the same i,e they had the same topological properties (such as connectedness). But unfortunately? this is not the case, because if one removes a point from $[0,1]$ the space will be disconnected, while $[0,1]^2$ without a point is still connected. And then f can't be injective.

More than that, f can't be locally injective. We see that $f : X \longrightarrow Y$ is locally injective (when X is a topological space and Y is a set) if $\forall\ x \in X$ there exist a open neighborhood U of x for which the restriction of f on U $f : U \longrightarrow Y$ is injective. So if we suppose that Peano curve f is locally injetive that means for all x in $[0,1]$ we can find a closed neighborhood $_x$ on which f is injective, and this implies that $int(f(V_x)) = \emptyset)$, if we repeat the same process for each x in $[0,1]$ we can cover $[0,1]$ by closed balls on each f is injective. But $[0,1]$ is compact, so we can extract a finite number of balls covering $[0,1]$ such that the interior of the image by f of each one of them is empty. What gives that $int(f([0,1])) = \emptyset$ since it could be written as the union of finite closed subset of empty interior, which is impossible, then f can not be locally injective. In a similar way if $let f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ such that $int(f(\mathbb{R})) \neq \emptyset$ then f can't be locally injective, otherwise $\forall x \in \mathbb{R}$ there exists V_x such that $f : V_x \longrightarrow f(V_x)$ homemorphism, in the other hand one can extract a countable number of such V_x. Then $\bigcup f(V_x) = f(\mathbb{R})$ and we know that $f(V_x = \emptyset)$ for all x so $f(\mathbb{R}) = \emptyset$, contradiction! then f can't be locally injective.

After he finished this part, he began to talk about **Peano spaces** (but unfortunately the time runned out and the chairman of that evening was very strict, but this wasn't enough to stop Souhieb because our mentor (oustade Zeghib) used his authority to let him continue his final part). We say that X is a **Peano spaces** if there exists a surjective and continuous function $g : [0,1] \longrightarrow X$, it's easy to show that if X is a Peano space and Y topological spaces and $f : X \longrightarrow Y$ surjective continuous function, then Y is Peano, because $g \circ f : [0,1] \longrightarrow Y$ is a continuous surjection. And also we can show that if we have $f : [0,1] \longrightarrow X$ and $g : [0,1] \longrightarrow X'$ then we can define $h : [0,1]^2 \longrightarrow X \times X'$ such that $h((x,x') \longmapsto (f(x), g(x'))$ h is continuous and surjective, so the space $X \times X'$ becomes Peano also, and with a simple induction one can deduce that $[0,1]^n$ is Peano. Actually every Peano space is compact and path-connected since f is continuous and then it preserves compactness and path connectedness. But Souhieb constructed an example which

satisfies these two conditions but not Peano, the example was a sequence of parallel segments with a decreasing distance between them (converges to 0) and they was joined by a perpendicular segment linking the left side edges. In fact, the messing condition on this space is to be locally path connected, and more generally, any compact metric path-connected and path-connected space is Peano.

At the end, we did some differential equations with a professor in the university of EL-OUED, he gave us exercises and we tried to solve them. The first exercise says that we are given n person, some of them infected with some kind of virus and the others no, and we want to represent the rate of the variance of the number of the infected persons. The professor wrote $X(t) \times (n - X(t))$ where $X(t)$ represents the number of the infected persons in an instant t. When i saw the formula i tried to understand why he chose it but I stopped thinking just after I gave it a meaning (number of couples (infected, not infected)), but in reality that was not enough because our mentor precised that we must try to fully understand the meaning of the formulas.

After that, the professor had finished, the time was about 6 pm and we were very hungry (actually our chef was genius), without any doubt that day was one of the most perfect days in the whole math-camp (of course the picnic, the "mella", the "barbecue" and the tea were the best).

15 تقرير صبيحة اليوم الرابع

سيرين سقني

صبيحة الثلاثاء 27 مَارس 2018 بدَأ اليوم الرَابع من مخيم الريَاضيَات، تمّ اختيَار حَسَّان طيبي رئِيسَا لّلجلسة هذه الصبيحة.

حَسَّان: السَّلَام عليكم، صبَاح الخير نعود مجدَدًا إِلَى سلسلة محَاضرَات GPS وَالنسبية مع الدكتور جمَال الدين ضو، لمدة سَاعة فليتفَضل مشكورًا.

الَأستَاذ جمَال: جمَال، جمَال فقط هَاهَاهَا.

يوَاصل الَأستَاذ: بعد أن تحدَثنَا عن النتيجتين الَأولَى وَالثَانية من نتَائج النسبية الخَاصة وهمَا تمدُد الزمن وتقلص الَأطوَال، نتطرق الآن إِلَى النتيجة الثَالثة لهَا (نسبية التزَامُن)، كمثَال علَى ذلك نفرض أنّ هنَاك حدثين وقعَا في نفس الّلحظة وفي مكَانين مختلفين، إِنفجَار في مكَان إِحدَاثيَاته (X_A, t) وَإِطلَاق رصَاصة في مكَان إِحدَاثيَاته (X_B, t) بينهمَا مسَافة L ، ويوجد ملَاحظ يقف في المنتصف أي علَى مسَافة $\frac{L}{2}$ من الحَادثتين.

الَأستَاذ زغيب: لمَاذَا إِنفجَار؟ لِمَ لَم تقل فرحَا؟

الَأستَاذ جمَال: هَهَهَ، لأَنّنَا في عصر الَانفجَارَات.

يوَاصل الَأستَاذ جمَال ترسل كل حَادثة إِشَارة ضوئِية في إِتجَاه الملَاحظ عند حدوثهَا، سَاعة الملَاحظ تشير إِلَى نفس الّلحظة عند وصول الَاشَارتين.

في نفس الوقت يسير ملَاحظ آخر من X_A نحو X_B ، حيث يكون أَقرب من X_A . نلَاحظ أنّ الملَاحظ يسجل إِشَارة X_A قبل X_B ، أي أنّ الحدث X_A وقع قبل X_B بَالنسبة إِلَى هذَا الملَاحظ أي أنّ الحدثين وقعَا في زمَنين مُختلفين.

صهيب: لو نضع كَأسًا علَى طرف خيط ونجذب الطرف الآخر حيث يكون الملَاحظ قرب الكَأس، هل هذَا يعني أنّه سيرَى سقوط الكَأس كَان قبل جذب الخيط ؟

الَأستَاذ جمَال: لَا، لَا يمكن أن يحدث هذَا، لأَنّ هنَاك عوَامل أخرَى يكون لهَا تأَثير

كَاهتزَازَات الحبل، وأَيضًا لَا يمكن لسرعة السحب أن تفوق سرعة الضوء.

هنَا نكون قد أَنهينَا الحديث عن نسبية التوَاقت، وهنَاك مثَال شهير حول هذه الفكرة - و هو مَا يسمَى بمتنَاقضة التوأَمية - يقول: لَو يكون لدينَا توأَمين A و B ، نرسل A في رحلة حيث يسير بحركة مستقيمة منتظمة. عند عودته يكون عمره أقل من عمر B لأَنّ سَاعته تبطىء، فهل هذه النتيجة صحيحة؟

يخيم الصمت علَى كل القَاعة، لم يجب أحد؛ وفي غمرة هذَا الذهول يجيب الأَستَاذ: أجل! هذَا صحيح فعليًا وقد تمّ تجريبه، ولهذَا سميت متنَاقضة.

كَانت هذه الفكرة صَادمةً بَالنسبة لنَا، وقد أَكّدَ الأَستَاذ جمَال أنّ أَغلب أَفكَار آينشتَاين لَاقت الكثير من الَانتقَادَات، وقوبلت بَالرفض حتَى ظَهر التطبيق الفعلي لهَا في ميَادين عدّة ومنهَا تطبيقهَا في GPS .

يعود الأَستَاذ مجدَّدًا لحديثه: نفرض أنّ هنَاك معلمين . . .

حَسَّان (بلطف): أستَاذ إِنتهَى الوقت.

أستَاذ جمَال: سأَكمل هذه الفكرة فقط، لو كَان لدينَا معلمَان لهُمَا نفس المبدَأ (o,x,y,z,t) و $(o.x',y',z',t')$ ، سنلَاحظ أنّ الطول يبقَى محفوظًا فيهمَا:

فلو وجدَ حدثَان في المعلم (o,x,y,z,t) :

$$\begin{cases} (x_A,y_A,z_A,t_A) \\ (x_B,y_B,z_B,t_B) \end{cases}$$

إِحدَاثيَاتهمَا في $(o.x',y',z',t')$:

$$\begin{cases} (x'_A,y'_A,z'_A,t'_A) \\ (x'_B,y'_B,z'_B,t'_B) \end{cases}$$

تكون بينهمَا نفس المسَافة في المعلمين، أي مَا يعني إِمكَانيّة وجود مسَافة:

$$\begin{aligned} \triangle S^2_{AB} &= (x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2+(z_A-z_B)^2-c^2(t_A-t_B)^2 \\ &= (x'_A-x'_B)^2+(y'_A-y'_B)^2+(z'_A-z'_B)^2-c^2(t'_A-t'_B)^2. \end{aligned}$$

و هذَا تعريف المسَافة فِى الزمكَان. وهنَا أطرح السُؤَال علَى الريَاضيَاتيّين هل كَان مفهوم المسَافة السَالبة موجودَا قبل هذَا في الريَاضيَات؟

الأَستَاذ جمَال وجّه سُؤَاله مبَاشرة لِلأَستَاذين عبد الغني زغيب وخَالد سعد اللّه، وَاكتفَى كلَاهمَا بتحريك رَأسه نفيًا.

الأَستَاذ جمَال: في هذَا ترون فضل الفيزيَاء علَى الريَاضيَات، وبهذَا أَنهي درس اليوم.

(تصفيق)

حَسَّان: نشكر الأَستَاذ جمَال علَى مَا أجَاد وأَفَاد، هل من أسئِلة؟ لَا يوجد، نأَخذ استرَاحة.

الأَستَاذ زغيب: معذرة، معذرة حَسَّان سآخذ منك دورك لو سمحت.

اِبتسم حَسَّان لِلأَستَاذ و أومَأ برأَسه.

الأَستَاذ زغيب: خَالد أو الشَاب خَالد سموه كمَا يروق لكم تسميَته.

(ضحك)

يوَاصل الأَستَاذ زغيب: سيتحدث عن سبَب اختيَار اسم هذَا المخيم، تعَال، تعَال إِلَى هنَا كي يرَاك الجميع.

الأَستَاذ خَالد: كمَا قَال (لمعلم) سأَخبركم عن سبَب اختيَار مَارتن زرنير (Zerner) (1932 – 2017) اسمًا لمخيم الريَاضيَات في طبعته الخَامسة. لَا أَخفي أَنّني تنَاقشت كثيرًا مع عبدَالغَني وجمَال، بين أنّ مختَار بن قَادة أَم زرنير، غير أنّ عبدَالغَني أصرّ علَى زرنير فكَان لهُ مَا أَرَاد. في الحقيقة زرنير له فضل كبير علَى الريَاضيَاتيّين الجزَائِريّين، فهو يعتبر بَاعث الريَاضيَات في الجزَائِر. وفي سنة 1962 م كَانت الجَامعة الوحيدة في الجزَائِر هي جَامعة الجزَائِر 1 ، ولم يكُن هنَاك أَسَاتذة أكفَاء في الريَاضيَات حينهَا، وفي هذه الفترة جَاء بعض الأَسَاتذة من الخَارج ومِن

بينهم كَان زرنير لتكوين الطّلبة. وَالمُلفِت أنّهُ بعد مُدَّة إنقطع جميع الأَسَاتذة عن المجيء إلَا زرنير دَاومَ علَى تكوين الطلبة وكَانوَا ستة رفقة إثنين آخرين، الَاِثْنَان همَا عمَّار القُلّي (متقَاعد) وعبد الحفيظ مصطفَاي (متوفي) وحصلَا علَى الدكتورَاه عَام 1969 . وأَمَا الستّة فهم: عبد الرحمن جعدَان (متقَاعد) ويوسف عتيق (متقَاعد) وحميد زيَاني (متوفي) وكمَال حمدَاش (متقَاعد) وعبد الرحمن بن دَالي (متقَاعد). وأَثنَاء مكوثه في الجزَائِر كَان يستقبله عمَّار القُلّي في بيتهِ. أولَائِك الستة الذين عكف علَى تكوينهم في التحليل بصفة خَاصة كَان لهم أَيضًا الفَضل في نشر الريَاضيَات في الجزَائِر، فهُوَ بِحق بَاعث التحليل في الجزَائِر.

الأَستَاذ زغيب: آ آ آ آ، زرنير إذن هو السبَب ورَاء انتشَار التحليل في الجزَائِر!
(ضحك)

الأَستَاذ خليف: إسمَحوَا لي أنّ أتدخل، درّسني الأَستَاذ مصطفَاي ـ رحمه اللّه ـ وكَان طوَال الحصة يقفز من شرق الحجرة الدرَاسيّة إلَى غربهَا، فلمَّا بدَأت التدريس أخذت عنه طريقته تلك في الحرَكة، وفي إحدَى الحصَص قَالت لي طَالبة بضجر: أستَاذ رقبتي آلمتني من الَالتفَات شرقًا و غربًا!
(ضحك، ضحك، ضحك)

الأَستَاذ خَالد: إسمحوَا لي أنّ أضيف، زرنير أخبرني مرةً بقصةٍ نسيتُ تفَاصيلهَا، غير أنّ مَا استنبطته منهَا أنّه كَانت له موَاقف مُسَاندة لِلثورة الجزَائِرية.
(تصفيق)

الأَستَاذ زغيب: شكرًا خَالد، الرئِيس أحمد مصطفَاوي مختص في الَاعلَام الآلي، هو رئِيسُ من نوعٍ خَاص فقد كَان له شرف رئَاسة جمعية سيتحدث عنهَا الآن.

الأَستَاذ أحمد: أنَا لست رئِيسًا، أنَا فقط مُمثل لمجموعة كبيرة نعمل لأَجل هدف وَاحد، الجمعية التي أنشَأنَاهَا تحمل اسم SCIMUS وهيَ كلمة بِاللَاتينيّة معنَاهَا

المعرفة، نحن نبحث عن النوَابغ المجتهدين وَالمهمشين في البلَاد ونحَاول تقديم مسَاعدَات لهم لكَي يتمكَّنوَا من الدرَاسة في جَامعَات عَالميّة، إِمكَانيَّاتنَا لَا تُؤهِلنَا لتقديم منح ولكن مَا نقدمه مسَاعدَات من نوع توفير سكن ومَا شَابه ذلك. وهؤُلَاء الذين يستفيدون من هذه المسَاعدَات عند إِتمَام درَاستهم نطلب منهم أن يحملوَا المشعل وأَن يفعلوَا نفس الشيء مع أبنَاء الوطن، وأَن لَا ينسوَا خدمة الوطن. . .

(تصفيق، تصفيق، تصفيق)

الأَستَاذ أحمد: من فضلكم من يعرف شخصًا ذكيًا فليتصل بي.

(تصفيق)

خرجنَا بعدهَا لِلاستِرَاحة.

درس تقريب ويرستِرَاس:

بعد الَاستِرَاحة بدَأ درس تقريب ويرستِرَاس الذي قدمه الأَستَاذ سمير، كَان هدف هذَا الدرس هو إِثبَات أن كل تَابع مستمر علَى مجَال مترَاص هو نهَاية منتظمة لكَثير حدود.

درس نظرية الأَعدَاد:

بعد استِرَاحة الشَاي تجمعنَا مجدَدًا في قَاعة الدروس.

حسَّان: نعود مُجدَدًا، مع الأَستَاذ موسَى بن أم هَاني، لنكمل سلسلة دروس نظرية الأَعدَاد، تفضل أستَاذ.

الأَستَاذ موسَى: شكرًا، سنثبت أنّ مجموعة الأَعدَاد الأَولية غير متنهية. لكن بدَايةً هل تعرفون مَا هي المبرهنة التي لديهَا أكبر عدَدٍ من الَاثبَاتَات؟

صوت من الخلف: مبرهنة فيثَاغورس!

الأَستَاذ موسَى: حوَالي 500 إِثبَات!

الأَستَاذ زغيب: لَم تُجب عمَا إِن كَانت مبرهنَة فيثَاغورس أم لَا.

الأَستَاذ موسَى: أجَل أجَل هيَ.

يكمل الأَستَاذ موسَى: سنة 1942 ميلَادي كتب إِليشَا لوميس (Elisha Loomis) كتَابًا بعنوَان: (The Pythagrean Proposition) قدم فيه 370 إِثبَاتًا لهذه المبرهنّة.
عمّت الدّهشة الجميع.

يوَاصل الأَستَاذ موسَى: كذلك هل تدرون مَا الأَمر المشترك بين: آينشتَاين وجيمس غَارفيلد (James Grafield) وفيثَاغورس وَإِدوَارد ديكر (Eduard Dekker) الملقّب بمولتّتولي (Multatuli) ؟ إِنّهَا مُبرهنة فيثَاغورس أيضًا، جميعهم وضعوَا حلاً لهَا!
بَالمُنَاسبة جيمس غَارفيلد (James Grafield) هذَا أَحد رُؤسَاء الولَايَات المتحدة وقد مَات مقتولاً كَالعَادة. . .
(ضحك)

الأَستَاذ موسَى: نعود لِلموضوع. من يجيب؟
تقدّم أنس مُبَاشرة إِلَى السبورة وكتب.

$$F_m - 2 = \prod_{i=1}^{m-1} F_i.$$

الأَستَاذ موسَى: هذه وَاضحة لَا دَاعيَ لَاثبَاتهَا، أثبت التي بعدهَا.
أومَأ أنس برَأسه.

$$\begin{aligned} d \setminus F_n &\Rightarrow d \setminus \prod_{i=1}^{m-1} F_i \\ &\Rightarrow d \setminus F_m - 2 \\ &\Rightarrow d \setminus 2 \\ &\Rightarrow d = 1. \end{aligned}$$

الأَستَاذ موسَى: شكرًا أنس، أعدَاد فيرمَا غير متنهية. وأَولية فيمَا بينهَا، وكُل عدَدٍ مِن أعدَاد فيرمَا لديه قَاسم أولي مختلف عن قوَاسم الأَعدَاد البَاقية. إِذن مجموعة الأَعدَاد الأَولية غير متنهية. السُؤَال الذي بعده في الطبولوجيَا، بَالمنَاسبة الطبولوجيَا لَا تعرف

فقط بَالمفتوحَات، يمكن تعريفهَا بَالمغلقَات كذلك، أظن أنّ هذَا الأَمر معروف، فطبولوجيَا زَاريسكي (Zariski) في الجبر التبديلي معرّفة بَالمغلقَات، هذَا السُؤَال لحمزة.

اِعتذر حمزة غير أنّ الأَستَاذ أصرّ عليه وبعد محَاولَات عدّة تقدّم حمزة، وكتب:

$$\forall a, b > 0, O_{a,b} = \{a + nb \;\; n \in \mathbb{Z}\}$$
$$O \;\; open \Leftrightarrow O = \phi \;\; or \;\; \forall a \in O \;\; \exists b : \;\; O_{a,b} \subseteq O$$
$$\phi \in I^{\mathbb{Z}}, \forall a \;\; \in \;\; \mathbb{Z}, \exists b = 1 > 0.$$
$$O_{a,1} = \{a + n; \;\; n \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{Z}.$$

ليكُن : $O_1, \;\; O_2 \in I$

$$\forall c \in O_1 \cap O_2$$
$$\begin{cases} O_{c,b_2} \subset O_2 \\ O_{c,b_1} \subset O_1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow O_{c,b_1 b_2} \subset O_1 \cap O_2.$$

حَسَّان: نشكر الأَستَاذ موسَى بن أم هَاني علَى هذه المحَاضرة الرَائِعة، وقت الغدَاء حَان فلنذهب إِلَى المطعم الآن.

(تصفيق)

16 تقرير صبيحة اليوم الخامس

أيمن دحام

نظام التعقب والنسبية

مع بداية أول حصص اليوم الرابع تولى " عبد الغني زغيب " وهو الرئيس المنظم للمخيم تخصيص المهام للطلبة في المحاضرات (كما في كل يوم). قام بتعييني والزميل " عبد الرحيم مصباح " لكتابة تقرير الفترة الصباحية (بشكل انفرادي) وأشار إلى الأداء الفعال لرئيس جلسة يوم أمس" حسان طيبي". فأوكل إليه نفس المهمة مرة أخرى وعين عضوا آخر ليكون مناوبا له في العمل وهو " مصطفى قاسي " لنفس السبب. ثم نبه أيضا الطلاب ولأول مرة على ألا يتجاوز ثمن طلباتهم في المقهى على حساب المخيم حدا معلوما. وكلف الأعضاء المنظمين في المخيم تشكيل لجنة مناسبة لتقييم المستوى اللغوي لكل تقرير يكتب.

أثناء هذا الوقت كان تأخر الطلاب عن الحضور إلى القاعة أمرا لافتا. خصوصا أنهم أبدوا انضباطا في الأيام الأولى. وبسبب السهر المفرط وبذل الطاقة في البرنامج الترفيهي ليوم أمس.

بعدما أنهى " عبد الغني زغيب " مقدماته. أدى الرئيس دوره في تقديم الحصة الأولى, والتي كانت حول نظام التعقب والنسبية GPS and relativity لـ " جمال ضو " كما هو مبرمج كل يوم.

هذا هو اليوم الخامس للمحاضرة ولا زال المحاضر يتطرق إلى مبادئ وقواعد فيزيائية في الفضاء ثلاثي الأبعاد والفضاء رباعي الأبعاد والنسبية ولم نتوصل المحاضرات إلى نتيجة صريحة حول الـ GPS.

تدخل " عبد الغني زغيب " عدة مرات لمناقشة المحاضر في بعض المصطلحات والأخطاء النطقية.

بعد ذلك أثار " جمال ضو " نقطة بالغة الأهمية حيث سأل : " ما هو تعريف الكتلة ؟ " أجاب على هذا السؤال عدة طلاب رياضيين وفيزيائيين. لكن بإجابات خاطئة. فأشار " جمال ضو " بكل صراحة إلى تقصير منظومة التعليم في الجزائر. وعقب قائلا : " إن هذه المفاهيم هي من الأساسيات المعروفة لدى التلميذ أو الطالب الأجنبي ". ثم قدم الجواب الصحيح.

سأل " محمد عليوان " عن الفرق بين الكتلة العطالية والكتلة الثقالية. فأجابه الأستاذ.

يطرح الأستاذ سؤالا مرة أخرى عن نتيجة لتجربة فيزيائية. " نضع جسمين متماثلين في غرفة مقفلة ونترك الجملة تحت تأثير الجاذبية " ثم أجاب بأن كل جسم سيحافظ على حالته الحركية بالنسبة إلى الجسم الآخر ولا يشعر بحركته شاقوليا. ولكنهما يتقاربان ببطئ شديد جدا. وهذا لأن كل جسم يتجه إلى مركز الكرة الأرضية فإن مكانيهما سيؤولان إلى نقطة واحدة.

في نفس الموضوع. يسأل الأستاذ : " هل يمكن إلغاء الجاذبية بالتسارع ؟ " والجواب كان " نعم. وذلك بأن ينتج الجسم تسارعا معاكسا للجاذبية ومساويا لها في القوة. فينتفي ظاهريا تأثير الجاذبية على الجسم. "

في هذا الوقت كانت تتخلل الحصة بعض التعليقات الجانبية على الأمور الطريفة التي حصلت في المخيم كقضية التهاجي بالأشعار بين " مهدي بلغوثي " وخصومه في ذلك.

أنهى المحاضر الحصة وأعلن الرئيس عن ذلك. ولكن المحاضرة انتهت على 09:27 أي بعد موعدها الحقيقي بـ 27 دقيقة. وحددت فترة الاستراحة بـ 15 دقيقة من قبل " عبد الغني زغيب ".

Théorème de Stone-Weierstrass

في الحصة الثانية دخل الحضور إلى القاعة وشرع المحاضر " سمير بكارة " في كتابة نصوص الدرس على 09:49. أي بعد 22 دقيقة وهو وقت فراغ. ثم قدم الرئيس المحاضرة متأخرا.

في البداية تدخل أحد الأعضاء المشرفين للإشارة إلى بعض الإجراءات في نهاية المخيم. وكانت تخص شهادات المشاركة للطلاب ومراسيم اختتام المخيم التي كانت ستتم في الغد. ثم شرع " سمير بكارة " في الشرح. حاول أن يثبت النقاط الأربع المنصوص عليها.

سار الدرس بوتيرة منتظمة. كان الأستاذ المحاضر يعالج المسائل ويحلها ويشرح استراتيجية تفكيره باستمرار. وكان يمثل الطرف الوحيد في المحاضرة. فتدخلات الطلاب كانت شبه معدومة.

تدخل الطالب " يني شريك " ليقترح حلا لأحد عناصر الدرس. بعد ذلك بقليل نبه رئيس الجلسة الطلاب للمرة الثانية والثالثة على الفوضى الصادرة عن بعض الطلاب.

أثناء إجراء عملية حسابية سأل " سمير بكارة " " موسى بن أم هاني " عن كيفية كتابة ترميز معين بسبب التباس المعلومات لديه. فأجابه عنها. ثم عاد الأستاذ لمواصلة الشرح.

كان " دحمان دشيشة " عضوا منتبها خلال الحصة. أعطى ملاحظة حول خطأ كتبه الأستاذ. واقترح طريقة استعملها في مثال فيما بعد.

إقترح " صهيب علوط " حلا ثانيا لمسألة حلها الأستاذ. لكنه لم يرد مناقشتها أو استعمالها بسبب ضيق الوقت.

سأل المحاضر عن طريقة لحل مسألة في الدرس. اقترح " دحمان دشيشة " حلا لكنه كان خاطئا. اقترح

عليه " أسامة عبدو بن عبيدة " استعمال مفهوم المسافة la notion de la distance وكان مصيبا.

أنهى " سمير بكارة " المحاضرة. لكن رئيس الجلسة أخبره ببقاء دقيقتين من الوقت. فخصصهما لإنجاز تمرين قصير. وبعد انجازه. أعلن الرئيس رسميا عن نهاية المحاضرة وخصص 15 دقيقة استراحة و45 دقيقة للندوة القادمة. وخرج الحضور على 11:30.

Fonction de Möbius généralisée et formule d'inversion de Rota

دخل الطلاب على الساعة 11:47، أي بعد 17 دقيقة فراغ. قام الرئيس بتقديم الحصة على 11:50. وبدأ " محمد عليوان " إلقاء المحاضرة المذكور عنوانها.

قام بداية بتعريف الحلقة (anneau) مزودة بقانونين ليصل إلى النتيجية الرياضية للمحاضرة بشكل مرحلي. ثم نبهه الطلاب لخطأ ارتكبه في كتابة دليل في عملية حسابية.

قدم " موسى بن أم هاني " ملاحظة للمحاضر وهي أن الطلاب لم يطلعوا بالضرورة كل الترميزات والإصطلاحات.

بعد 29 دقيقة من الشرح انتهت مقدمة المحاضرة. وتطرق المحاضر إلى دالة موبيوس المعممة.

تدخل " حمزة أونسلي " ليسأل عن إشكال في المجموعات. فاستغرق وقتا للنقاش مع " محمد عليوان ".

غادرت بعض الإداريات القاعة ونبه الرئيس على الفوضى.

إستغرقت المحاضرة 60 دقيقة أي أكثر بـ 15 دقيقة من الوقت المحدد لها فنبه الرئيس " محمد عليوان " على ذلك. وأعلن عن نهاية الحصة وأثنى كثيرا على أداء المحاضر وأعلن أنها المحاضرة الأكثر تميزا خلال ذلك المخيم كرأي شخصي له.

17 تقرير عشية اليوم الخامس

عفاف واني

رأيتك في السماء نجمة ساطعة *** تجوبين الأفق كأجمل الفرشات

وتنتقلين من كوكب إلى اخر *** لتجودين بمنهل من المعلومات

فأي عشق قد تمركز في قلبي *** هل لأني أعرفك منذ عدة سنوات

أم لانك من فزت بمفتاح حبي *** بسبب الجبر والتفاضل والنهايات

وربما التكامل والعد والهندسة *** وأيضا معرفة الدائرة والاحتمالات

ولا انسى الرسوم التي رسمت *** بين كل من السينات والصادات

والأشكال الفراغية والمستوية *** والتحويل الهندسي والحدوديات

وفي هذا السياق فقد نظمت جمعية **الخوارزمية للعلوم - بالوادي** المخيم الوطني الرابع للرياضيات بالوادي بحضور 10 ولايات. فقد باشرنا في عشية اليوم الخامس الإربعاء 28/03/2018 بمتوسطة أحمد التجاني على الساعة 20 : 14, حضور 30 طالب وبعض الاساتذة، في جو حماسي تخلله بعض التعب والإرهاق في الأخير، وفق برنامج تضمن محاضرة في نظرية الأعداد من تقديم الأستاذ **موسى بن أم هاني** تليها محاضرة في الجبر من تقديم الأستاذ **مهدي بلغواتي**. وبسبب تغيب الأستاذ **فارح عبد الفتاح** ألغيت محاضرة المعادلات التفاضلية التي كانت مبرمجة أيضا هذا المساء.

إفتتح الطالب **مصطفى قاسي** الجلسة بالترحيب بالحضورالكريم ، والتعريف بالأستاذ المحاضر ، ومن ثم أحال الكلمة له.

إبتدأ الأستاذ موسى محاضرته بإلقاء التحية على الجميع. بعدها قدم شرحا لكلمة elementry=elementaire = avoid complex analysis، والذي يعني أن البرهان لا يستخدم التحليل المركب . كما ذكر مثالا حول تشابه المعاني في اللغة الفرنسية : negoiciant= المفاوض أما عند الفرنسيين فهي تعني التاجر وتكتب عادة في المراسلات الإدارية الفرنسية ، وحسب ما يعتقد الأستاذ فربما سبب هذا المعنى هو أن التجار كانوا يتفاوضون فيما بينهم. ولننتقل الآن الى محتوى المحاضرة.

هدف المحاضرة هو : إثبات وجود النهاية التالية:

$$lim_{x\longrightarrow+\infty}\frac{\Pi(x)\ln(x)}{x}=1.$$

حيث

$$\Pi(x) = \sum_{p \leq x} 1 \approx \frac{x}{ln(x)}.$$

بمعنى أن Π هو جداء كل الأعداد الأولية الأصغر من x.
هذه النظرية أثبتت من طرف أدمار(Hadamard)
نضع $n! = p^{\alpha_2}.p_k^{\alpha_n}$ ولنثبت أن

$$n! = \sum_{k=1}^{m} \left[\frac{n}{p^k}\right].$$

كان هذا السؤال الأول.
تقدم أسامة للإجابة عليه. وقد قدم البرهان التالي:

$$\begin{array}{lcl} [\frac{n}{p}] + [\frac{n}{p^2}] + ... & = & n! \\ \sum_{k \geq 1} [\frac{n}{p^k}] & = & \\ \sum_{k=1}^{m} [\frac{n}{p^k}] & = & \end{array}$$

(لأنه بدءا من رتبة معينة تنعدم الحدود).
وهنا سأل حمزة : هل هناك أعداد تتكرر؟
وكانت الإجابة لا ، لأننا نأخذ المعامل المضروب في p وليس p نفسه.
السؤال الثاني وهو إثبات أن :

$$\begin{pmatrix} 2n \\ n \end{pmatrix} = \sum \left[\frac{2n}{p^k}\right] - 2\sum \left[\frac{n}{p^k}\right].$$

بالفعل،

$$\begin{pmatrix} 2n \\ n \end{pmatrix} = \frac{2n!}{(n!)^2} = \frac{p^\alpha}{(p^\gamma)^2} = \sum \left[\frac{2n}{p^k}\right] - 2\sum \left[\frac{n}{p^k}\right].$$

البرهان على هذه العلاقة $0 \leq [2x] - 2[x] \leq 1$ واضح ،(حسب السؤال السابق) وتدعى هذه الخاصية بنظرية أرخميدس.
ثم وضحنا أن $p^r \leq 2n$
من أجل $p^r \leq 2n$ محققة.
إذا كان $p^r \geq 2n$ فإن $\left[\frac{2n}{p^r}\right] = 0$

$$\begin{aligned} \sum_{k\geq 1}\left[\frac{2n}{p^k}\right]-2\left[\frac{n}{p^k}\right] &= r \\ \left[\frac{2n}{1}\right]+\left[\frac{2n}{p}\right]+...+\left[\frac{2n}{p^{r-1}}\right]-2\left(\left[\frac{n}{1}\right]+\left[\frac{n}{p}\right]+...+\left[\frac{n}{p^{r-1}}\right]\right) &= \end{aligned}$$

$$r=\sum_{k=1}^{p^r-1}\left[\frac{2n}{p^k}\right]-2\left[\frac{n}{p^k}\right]\leq r-1$$

قام **محمد عليوان** بإثبات أن

$$2^n\leq\left(\begin{array}{c}2n\\n\end{array}\right)\leq 2^{2n}.$$

$$\begin{aligned} \frac{(n+1)(n+2)...(2n)}{1*2...*n} &= \left(\begin{array}{c}2n\\n\end{array}\right) \\ \cdot\frac{n+1}{1}*\frac{n+2}{2}*...*\frac{n+n}{n} &= \end{aligned}$$

$$.\left(\begin{array}{c}2n\\n\end{array}\right)\geq 2^n\Leftarrow\frac{n+k}{k}\geq 2$$

ومن ثم أثبتنا أن $\Pi(2n)-\Pi(n)\leq\frac{2nln(2)}{ln(n)}$

تذكير:

$$\Pi(2n)=\sum_{p\leq 2n}|\ .$$

لدينا

$$2^n\geq\left(\begin{array}{c}2n\\n\end{array}\right)=p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}...\geq\prod_{n\leq p\leq 2n}\geq\prod_{n\leq p\leq 2n}=n^{\Pi(2n)-\Pi(n)}.$$

بإدخال اللوغاريتم "ln" نجد المطلوب.

وبعدها وضحنا أن $\Pi(2n)\geq\frac{nln(2)}{ln(2n)}$. وذلك لأن

$$2^n\leq\left(\begin{array}{c}2n\\n\end{array}\right)=p_1^{\alpha_1}...p_n^{\alpha_n}\leq(2n)^{\Pi(2n)}.$$

بإدخال اللوغاريتم "ln" نحصل على الحل.

بعدها برهن **بشير** بالتراجع أن:

$$\Pi(2^{2r})<\frac{2^{2r+2}}{r}. \qquad)1($$

وكانت خطوات البرهان كالتالي:
نتحقق أنها صحيحة من أجل $r = 0$.
نفرض أن العلاقة صحيحة من أجل n، ونبرهن صحتها من أجل $n + 1$

$$\begin{array}{lcl} \Pi(2(2r^{2r})) + \frac{2(2^{2r+1}ln(2)}{ln(2^{2r+1})} & \leq & \Pi(2(2^{2r+1})) \\ \frac{2(2^{2r})ln(2)}{ln(2r^{2r})} + \frac{2ln(2^{2r})ln(2)}{ln(2r^{2r})} & \leq & \\ 2^r(\frac{1}{r} + \frac{4}{2r+1}) & \leq & \\ \frac{16}{r+1}2^{2r} & \leq & \end{array}$$

لأن $\frac{3}{r} > \frac{1}{r} + \frac{4}{2r+1}$.
ثم أثبتنا أن: $\Pi(x) \geq \frac{x.ln(2)}{ln(x)}$.

$$\Pi(x) \geq \Pi(2n) \geq \frac{nln(2)}{ln(2n)} \geq \frac{nln(2)}{ln(x)} > \frac{2n+2}{4}.\frac{ln(2)}{ln(x)} \geq \frac{x.ln(2)}{ln(x)}.$$

لأن: $ln(2n) < ln(x) \Leftarrow 2n < x$ وتصبح $2^{2r+1} < x < 2^{2r} + (1)$

وفي هذه الأثناء، أخبر رئيس الجلسة **مصطفى قاسي** الأستاذ موسى بإنتهاء وقت الحصة. وأعلمنا بأننا سنأخذ إستراحة شاي لمدة نصف ساعة، تليها محاضرة في الجبر من تقديم الأستاذ **مهدي** المحاضر بجامعة باب الزوار.
عدنا إلى القاعة في جو يسوده التعب والإرهاق. وبعد خيبة أمل الطلبة لتوقعهم بأنهم سينهوا الدراسة لهذه الفترة بعد انتهاء محاضرة نظرية الأعداد. لكن الأستاذ **مهدي** غضب وأصر على تدريس الحصة، ووضع عقوبة لكل من تأخر عليها تتمثل في حل أسئلة الموضوع اللاحقة .
كان العنوان الأول لدرسنا اليوم هو **Facteur direct** .
في البداية عرف عثمان Facteur direct

تعريف Facteur direct

لتكن G زمرة و$N \triangleleft G$. نقول بأن N تكون Facteur direct بالنسبة لـ G إذا وجدت زمرة جزئية H بحيث تكون G الجداء الداخلي المباشر بين N و H. تدعى H متممة N.
ثم نفرض أن $N \triangleleft G$

$-c_1$ نبرهن أن:

$i)$ إذا كانت N قابلة للسحب بالنسبة لـ G، و G (الجداء المباشر لـ N و H) تساوي $(kerr)$ يعني $G = N.(kerr)$. بالفعل : لتكن N قابلة للسحب و

$$\begin{array}{ccccc} N & \longrightarrow & G & \longrightarrow & N \\ x & \longmapsto & i(x) & \longmapsto & r \circ i = i_N \end{array}$$

لتكن $x \in N \cap kerr$.
وعليه

$$r \circ i(x) = x \Rightarrow r(x) = x \Rightarrow x = e \Rightarrow N \cap kerr = \{e\}$$

إذن $G = N.(kerr)$

* $G \longrightarrow N$ نبرهن أن $\frac{G}{kerr} \simeq N$.

$$x \in G \ (r(x))^{-1}x \in H; x = r(x).(r(x))^{-1}x$$

بحيث $r(x) \in N$ و $(r(x))^{-1}x \in H$ لأن

$$\left\{r\left((r(x))^{-1}x\right) = (r(x))^{-1}.r(x) = e \Longrightarrow (r(x))^{-1}x \in kerr\right\}$$

ومنه

$$H = kerr \lhd G$$

إذن

$$.G = N(kerr)$$

ثم برهن محمد عليوان أن:

$ii)$ تكون Facteur direct G إذا وفقط إذا كانت G قابلة للسحب.

$\Rightarrow)$ بواسطة التعريف، وبإستعمال $i)$ نفرض أن $\exists r : G \longrightarrow N$ قابلة للسحب .
لتكن $H = kerr \lhd G$.
لدينا: من أجل $x \in G$

$$\begin{aligned} &\Longrightarrow r(x) = e \qquad\qquad x \in H \cap N \\ &\Longrightarrow r \circ i(x) = e(x) = x. \end{aligned}$$

لأن

$$r \circ i = id_N.$$

إذن

$$H \cap N = \{e\}.$$

$\Leftarrow)$ نفرض أن Facteur direct N. يعني : $\exists H \leq G$ حيث :
$G = N.H$ و $H \cap N = \{e\}$
لتكن:

$$\begin{array}{rccc} r & : & G & \longrightarrow & N \\ & & x = n.h & \longmapsto & n \end{array}$$

تشاكل
و $r \circ i = id$ حيث:

$$\begin{array}{rccc} i & : & N & \longrightarrow & G \\ & & x & \longmapsto & x \end{array}$$

إذن N قابلة للسحب بالنسبة ل G.

ومن ثم قدم الأستاذ مهدي العديد من الأمثلة .

أمثلة

1. أثبت **محمد عليوان** أن : $Aut(\mathbb{Z}_n) \approx (\mathbb{Z}_n)^*$
$\forall i \in (\mathbb{Z}_n)^*\ f_i \in Aut(\mathbb{Z}_n)$
$Aut(\mathbb{Z}_n)$ (automorphisme)تشاكل داخلي
بحيث : $f(\overline{1}) = \overline{k}$ ($\overline{a}$ هو صنف تكافؤ a)

$$\forall x \in (\mathbb{Z}_n)\ x = \underbrace{\overline{1} + \overline{1} + \cdots + \overline{1}}_{x fois}$$

$$f_k(x) = \underbrace{\overline{k} + \overline{k} + \cdots + \overline{k}}_{x fois}.$$

ومن جهة أخرى،

$$f_k(-x) = \underbrace{(-\overline{k}) + (-\overline{k}) + \cdots + (-\overline{k})}_{x fois} = -f_k(x)$$

$$f \in Aut(\mathbb{Z}_n) \Longrightarrow f(x) = f(\overline{1}).x$$

حيث $f(\overline{1})$ قابلة للقلب .
وعليه f_k وحيدة. إذن $Aut(\mathbb{Z}_n) \approx (\mathbb{Z}_n)^*$.

2. نبرهن أن:

$$Aut\left((\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n\right) \approx GL_n(\mathbb{F}_p).$$

($Aut(G)$ تشاكل تقابلي بين الزمرة G ونفسها)
ثم أخبرنا الأستاذ **زغيب** أن :

* $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n$ هي تشاكل تقابلي قابل للقلب مع $(\mathbb{F}_p)^n$
بحيث p أولي.

$$f : (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n$$

$$\forall x, y \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n\,;\lambda \in \mathbb{Z} \begin{cases} f(x+y) & = & f(x) + f(y) \\ f(\lambda.x) & = & \lambda.f(x) \end{cases}$$

إذن : $f(\overline{k}.x) = \overline{k}.f(x)$.
ومنه f خطي .
إذن يمكن ملاحظة أنّ f تشاكل تقابلي على $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n$ (فضاء شعاعي).

خلاصة:

$$Aut\left((\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n\right) \approx GL_n(\mathbb{F}_p).$$

* $Aut\left(SO(3)\right)$ هي تشاكل تقابلي داخلي من $SO(3)$ نحو $SO(3)$.

وبعدها طلب منا إثبات أنّ : كل تشاكل تقابلي يحافظ على الإنسحابات.
وفي هذه اللحظة أخذ الأستاذ زغيب الكلمة، وبدأ يتحدث عن الزمرة الناظمية والزمرة الديكارتية قد عرفهما كالآتي:

الزمرة الناظمية :

الزمرة الناظمية ثابتة بالنسبة للزمر الجزئية.

الزمرة الديكارتية :

الزمرة الديكارتية ثابتة بالنسبة لكل التشاكلات التقابلية من زمرة نحو نفسها.

$$.S_n \approx P.S.D$$

أما العنوان الثاني في محاضرة الجبر فهو الزمرة المتناظرة (Le groupe symétrique):

$$Id \to \mathcal{A}_n \overset{i}{\longrightarrow} S_n \overset{\varepsilon}{\longrightarrow} \{-1,1\} \to 1.$$

$$s : \{-1,1\} \longrightarrow S_n \; s(1) = Id, s(-1) = \tau.$$

حيث : τ إنسحابات كيفية.

$$H \overset{r}{\to} G \overset{p}{\to} H$$

p: إسقاط .
$p \circ s = Id_H$
ونأخذ : $p = \varepsilon$ (بإستعمال c_2) .
ثم عدنا إلى السؤال الثاني من الجزء الأول Facteur direct ، وهو عبارة عن نظرية. وفيه أثبتنا أن $S_n =$ $\mathcal{A}_n \ltimes \{-1,1\}$.
لتكن $N \lhd G$
حيث

$$\left.\begin{array}{lcccl} p & : & G & \longrightarrow & G/N \\ \sigma & : & G/N & \longrightarrow & G \end{array}\right\} \Longrightarrow G = N \rtimes \sigma\left(\frac{G}{N}\right).$$

وبما أنّ :

$$\left(\frac{G}{N}\right) = \{-1, 1\} \simeq \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}.$$

وعليه :

$$S_n = \mathcal{A}_n \rtimes \{-1, 1\}.$$

ثم أخبر الطالب **مصطفى قاسي** الأستاذ بأنه حان موعد إستراحة الشاي لمدة 30 دقيقة. وبهذا أنهينا يومنا الدراسي بقرار من الأستاذ مهدي رغم أن الفترة المسائية لم تنته بعد.

18 تقرير صبيحة اليوم السادس:1

عبد الحكيم دحماني

بعد سهرة طربية إختزلت الكثير من التعب وواصلت فيها مدينة الوادي تألّقها في الضيّافة, نستهِل يومنا بتسابيح فيزيائية حول نظام (GPS) مع الأستاذ جمال ضو, الذّي نجح في الظّفر بتركيز الحضور على الرغم من النعاس البادي على وجوههم بسبب سهرة الأمس وكان هذا بفضل مبادئ النسبية العامة التي أتى بها أينشتاين فقد كانت معاكسةً تماما لكل التّوقعات.
يظهر جليا بعض الحزن في وجوه الطلبة لمشارفة المخيم على الإنتهاء والكل يتمنى دوامه, لكن كما جرت العادة لكل بداية نهاية. وها هو ذا الأستاذ عبد الغني زغيب يبرز كعادته بأحد أسئلته الدقيقة الرائعة التّي تضفي رونقا خاصا على المحاضرة, ممّا جعل الكل يتشوّق لها دوما إلى جانب تدخلاته الأخرى. ومن ناحية أخرى نرى الأستاذ موسى ابن أم هاني كلّه آذان صاغية لشروحات الأستاذ جمال الذّي هو بصدد شرح أهمية مفهموم المحليّة في النظرية النسبية والفرق بين الرياضيات والفيزياء في مسألة الجوار ثم يضيف أحد أهم الإستنتاجات وهو أن توزيع المادة (الكتلة) هو الذّي يتحكم في تقوّس الفضاء وبالتالي في المترية المستعملة($ds^2 = c^2dt^2 - dr^2$) وأن توزيع المادة هذا يتم تمثيله بإستعمال الموترات الأمر الذي دفع الأستاذ مهدي للسؤال حول كفاية إستعمال الموترات لهكذا أعمال ويكون الجواب بنعم.

وكما نعلم, في الخفاء رجال أبلوا والله أروع بلاء لدرجة تعجز الكلمات عن وصفها. نذكر منهم الأستاذ عبد اللاوي مسعود الذّي يتردد على القاعة بإستمرار للتحضير لحفل الختام.

وبالعودة لنظرية النسبية وما ذكره الأستاذ جمال في أنّها لا تهتم بالزمن بقدر إهتمامها بإختلاف هذا الأخير بين الساعات, ذاك الإختلاف الذي يظهر جليا في القاعة فالبعض ساعته متأخرة ولا زالت تشير لوقت النوم, وعليه وجب التصحيح بكأس شاي لكن ليس قبل أن نخالف البروتوكول المتبع هذه المرّة بكلمات ونصائح من طرف الأستاذ المتقاعد ملوّح لخضر الذّي كان مثالا يحتذى به في الصدق ناهيك عن التعليم وبعدها مباشرة أطلّ علينا الأستاذ أحمد مصطفاوي بكلماته الطيّبة حول جميعة (scimus) وأهدافها المتمحورة حول مساعدة الطلبة وطريقة عملها ثم ختم مجيبا عن مسألة كان قد طرحها قبلا والجواب كان بأن ليس لها حل لحدِّ السّاعة.

على غرار العادة فبالإضافة للشّاي والفول السوداني كان للصحافة نصيب في هذه الإستراحة ممّا جعلها تمتد أكثر من السابق قبل أن نعود للقاعة بنفس جديد وهمم مشحوذة, ولا يمكن أن نتجاهل ذلك المعرض الصغير الخاص بالكتب الذي أضاف للمخيم ذوقا خاصا.

يباشر الأستاذ موسى بن أم هاني معزوفته الرائعة في نظرية الأعداد منهيا البرنامج الذّي سطره ببرهنة النظرية القائلة بوجود عدد حقيقي θ بحيث يكون الجزء الصحيح لـ (θ^{3^n}) عدد أوّلي من أجل n عدد طبيعي كيفي,

ليقوده الشرح للسؤال قائلاً هل يمكن إيجاد كثيراث حدود صورها أعداد أوّلية وقد كانت الإجابة بالنفّي ليعمّم بعد ذلك السؤال من طرف الأستاذ عبد الغني إلى البحث عن دالة من أي شكل تحقق الشرط المذكور ويبقى السؤال مفتوحا وبهذا يكون الأستاذ موسى قد أنهى برنامجه قبل الوقت المحدد فيعرّج بنا على مسألة كتابة الأعداد الأوّلية على شكل مجموع أربع مربّعات وعلى هذا يغادر المنصّة ليعتليها فارس آخر.

الدور هذه المرّة للأستاذ سمير بكارة ليقوم باللّمسات الأخيرة للمسألة التي بدأها معنا حول تقريب فايرسترس حيث لعب مفهوم التّراص دور العصا السحرية,كما لا يمكن المرور دون الإشارة لاستحقاق الأستاذ سمير للقب أحسن محاضر في الدورة للحماس المنبعث منه حين الشرح, وبعد مداخلة للأستاذ عبد الغني نتوقف لإستراحة الغذاء.

19 تقرير صبيحة اليوم السادس :2

حمزة أونسلي

This is the last day of the fourth version of the Math-camp organised in EL-Oued, we began the day as usual by the lecture of **D.DOU** about the theory of relativity and its application in the development of the global positioning system.
First of all, Dou explained the relation between acceleration and gravity and how we can generate or eliminate "locally" the gravitational field by choosing an appropriate state of motion , and this vision of A.Einstein given in his general theory of relativity changes radically the concept of classical gravity defined by I.Newton.In Einstein's theory of relativity gravity is no longer a force!.
DOU posed for us the following problem :
How to find the coefficients g_{ij} of the metric $ds^2 = \sum_{i,j} g_{ij}(x)dx^i dx^j$ under a given condition (Distribution of matter ..) ?
In general relativity, the problem becomes solving the fundamental field equation formulated by **A.Einstein** : $R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = \alpha T_{ij}$, where R_{ij} is the Ricci tensor and T_{ij} the energy momentum tensor and R the scalar curvature.
There is no general solution to the previous equation, however under some conditions and assumptions one can find explicit solutions, for example in the case where distribution of matter has a spherical symmetry, the solution is given by the **schwarschild** metric :

$$ds^2 = (1 - \frac{2GM}{r})c^2dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{2GM}{r}}dr^2 - r^2(sin^2\theta d\phi + d\theta^2)$$

MOUSSA asked **DOU** about the application of all these results in the GPS !
DOU explained first that the metric used in the modelization is not the Euclidean metric but a different one, if we use the Euclidean metric to set and synchronize clocks on satellites and earths (in different places), the clocks will beat at different rates and errors will accumulate fast and lead to inaccurate results in positioning rendering the whole system useless.
After a break of 15 minutes, **Moussa** started his lecture about Number Theory, the problem was to find a function that gives only prime numbers .
We start by proving that there is no canstant polynomial in $\mathbb{Z}[X]$ that gives only prime numbers, then Moussa gave us an example of a function that gives only prime numbers :

$$\phi(n) = \lim_{r\to+\infty} \lim_{s\to+\infty} \sum_{j=1}^{j=s} [1 - cos^2(\frac{j^n\pi}{n})^{2r}]$$

.
Finally, we proved that for some θ in $\mathbb{R}$, $[\theta^{3^n}]$ is prime by proving the existence of a prime sequence $(p_n)_n$ such that $p_n^3 < p_{n+1} < (p_n + 1)^3 - 1$
After another break of 10 minutes, **Samir** treated the last part of the subject of aggregation (weierstrass-stone theorem), in this part we study the algebraic properties of the ring of continuouse function on a compact space X noted $C(X)$, we defined some notions as the ideal, maximal ideal, the quotient of a ring by a sub-ring, prime ring,algebra..
The goal of this part is to define a functor from the category of topological spaces to the category of algebras by proving that X and Y are homeomorphic if C(X) and C(Y) are isomorphic.
Samir began by proving that for any ideal of $C(X)$ the set $V(a)$ is closed in X and itsn't empty, then he gave some properties of $V(a)$ like :
$V(ab) = V(a) \cup V(b)$ and $a \subset b \implies V(a) \subset V(b)$, he proved also that for any ideal a we have : $V(I(a)) = \overline{A}$.
Samir stopped here to go eat dinner.

20 تقرير عشية اليوم السادس

ريم سماي

C'est sous un ciel d'un bleu azur que s'est déroulée la dernière matinée de ce Mathcamp printanier. Le soleil, à son zénith, embrasse la ville d'El oued de ses rayons espiègles. Il est midi. Pour le déjeuner, nous sommes invités à un mariage. Nous déjeunons sous le rythme des tambours et des coups de feux traditionnels.

À 14h00, de retour au collège qui abrite le Mathcamp, nous entamons le dernier cours présenté par Samir Bekkara. Celui-ci s'attèle à la démonstration du dernier résultat du sujet de l'agrégation portant sur le théorème de Weierstrass, à savoir: *deux espaces métriques compacts X et Y sont homéomorphes si et seulement si les $\mathbb{R}$-algèbres $\mathcal{C}(X)$ et $\mathcal{C}(Y)$ sont isomorphes.*

À 15h02, une salve d'applaudissements marque la fin de la séance.

M. Zeghib prend alors la parole pour commenter ce dernier résultat, loin d'être anodin : *"Nous venons de voir, dit-il, qu'à tout espace métrique compact est attachée la $\mathbb{R}$-algèbre $\mathcal{C}(X)$. Une question naturelle se pose: toute algèbre provient-elle d'un compact?".*

Mohamed ne comprenant pas sa question, il la reformule : *"toute algèbre s'écrit t-elle $\mathcal{C}(X)$ où X est un espace compact?".* Le silence règne dans l'assistance qui écoute attentivement le professeur. il continue : *"Les C^*-algèbres proviennent d'espaces compacts, ce sont des algèbres normées". "Connaissez-vous la géométrie non-commutative?"*, demande t-il. Réponse négative du public. il enchaine : *La géométrie non commutative a été introduite par le médaillé fiels français Alain Connes et puise son intérêt de la physique. Cette théorie s'inscrit dans une tentative d'unification des champs physiques fondamentaux : le champ de gravitation, le champ électromagnétique, les forces nucléaires faibles et fortes. En effet, les physiciens pensent que tous ces champs peuvent être déduits d'un seul champ.*

M. Zeghib relève ensuite une analogie entre le thème de Mehdi, en particulier le résultat selon lequel $Aut(S_n) = Int(S_n)$ si $n \neq 6$, et le problème de Weierstrass ; analogie que je n'ai personnellement pas bien comprise et que je ne pourrai donc pas développer dans ce rapport.

C'est avec une nouvelle salve d'applaudissements que prend fin la prise de parole de M. Zeghib.

Il est 15h22.

"Quelqu'un aurait-il un dernier mot à dire avant la clôture?", questionne M. Zeghib. L'agitation gagne l'assistance. Personne ne semble vouloir s'exprimer face

au public. M. Zeghib désigne Mehdi enturbanné d'un foulard traditionnel (dont le nom m'échappe). Ce dernier tente de se tirer subtilement de cette situation inconfortable en proposant Mesbah. Mesbah, volontaire quoique assez perplexe, monte sur l'estrade mais face à l'agitation générale, reprend sa place un instant plus tard sans avoir dit un mot. Soheib se lève pour déclamer deux vers qu'il a écrits que je n'ai malheureusement pas pu entendre à cause du bruit qui régnait dans la salle. De son côté M. Zeghib est toujours à la quête de celui ou celle qui dira un petit mot sur le Mathcamp. Mehdi, taquin, demande si on a le droit de faire des critiques. C'est finalement Afaf qui monte adresser ses remerciements à l'association El Khawarizmia et à M. Zeghib sans qui rien de tout cela n'aurait été possible. À leur tour, Samir, Moussa et Mehdi donnent leurs impressions sur cette quatrième rencontre mathématique. Samir observe une évolution positive du Mathcamp. *"L'esprit du Mathcamp a évolué*, dit-il. *"Les étudiants s'investissent plus et mettent plus de soin à la préparation de leurs exposés. Je les encourage à faire encore plus d'efforts car ils doivent encore s'améliorer."* Samir leur reproche cependant de brider leur curiosité en se désintéressant de certains thèmes. *"Intéressez vous à toutes les mathématiques, avalez tout ce qui se présente à vous!"*. Il termine en soulignant la difficulté d'organiser de telles rencontres et la grande responsabilité qui incombe aux organisateurs. Une longue ovation salue son discours. Moussa souhaite à tout le monde beaucoup de réussite et propose d'intégrer un programme adapté aux lycéens. ***"Inshallah vous serez tous médaillés Fields!"*** conclut-il. Quant à Mehdi, il remercie les organisateurs d'El Oued pour leurs efforts et leur accueil chaleureux. Il remercie également Faycel et Abdelmouksit pour les sujets qu'ils ont préparés, bien qu'ils n'aient pas pu être présents. Mehdi exprime sa déception face au manque d'intérêt pour son thème "le produit semi-direct" surtout devant les efforts fournis par son collègue Monsieur Raffed, lui aussi absent de ce Mathcamp, pour préparer ce sujet. Il renforce les propos de Samir en encourageant les étudiants à s'intéresser à toutes les mathématiques sans discrimination.

Pour finir, Haythem adresse ses remerciements à tous les organisateurs et les professeurs qui se sont investis dans cette aventure et souhaite le meilleur pour tout le monde. Entre temps, les organisateurs préparent la clôture. Du haut de l'estrade, un des organisateurs annonce la fin du Mathcamp et invite M. Abdellaoui, président de l'association El Khawarizmia, M. Lekhdar, ancien enseignant, M. Zeghib, initiateur du Mathcamp et Hamza Khlif, enseignant de lycée, à s'avancer. Des membres de l'association font leur entrée et prennent place à leurs côtés. Le chairman invite quelques enseignants et étudiants à les rejoindre pour prendre quelques photos. Une attestation d'honneur est remise à M. Lekhdar qui exprime sa gratitude et sa joie d'être présent à cet événement. Quelques membres de l'association prennent la parole pour s'exprimer sur cette rencontre, raconter quelques anecdotes et remercier M. Zeghib pour cette noble initiative.

À 16h23, la distribution des attestations de participation commence. Une attestation est remise à M. Zeghib et à chacun des enseignants ayant présenté des cours durant le Mathcamp, dans l'ordre suivant:

- Khaled
- Abdelfetah
- Djamel Dou
- Moussa
- Mehdi
- Samir
- Hamza Khelif.

La cérémonie se poursuit par des remerciements à toutes les autres personnes impliquées dans l'organisation, à savoir:

- Belkassem Belhadi
- Brahimi
- Mohamed Larbi Ben Larbi
- Hacen Meftah
- Mohamed Moumen Dekkouch (responsable de l'excursion)
- Ahmed Chihani
- La superette Benassi
- La directrice du collège
- Le ministre de l'éducation
- Le cuisinier.

Après cela, Dahmane, Mesbah, Alla eddine et moi même montons sur l'estrade pour dire quelques mots de remerciements. La cérémonie de clôture se termine par un discours de M. Zeghib. C'est la fin d'une belle aventure mathématique et humaine!

SMAI Rym.